

Propagazione in presenza di edifici su terra piatta

Si vuole predire la dipendenza dalla distanza per propagazione outdoor e di mostrare come essa dipenda dai parametri del sistema, come la frequenza e l'altezza dell'antenna, e dalla geometria dell'ambiente in cui il segnale si propaga (edifici, ostacoli).

Per capire e modellizzare la propagazione in presenza di edifici è necessario in primo luogo identificare le caratteristiche dell'ambiente che sono significative per la propagazione radio, e in particolar modo le dimensioni e la posizione degli edifici.

Per la maggior parte della sua estensione, una città generalmente è costituita da file di edifici aventi all'incirca una altezza uniforme. Gli edifici sono più alti e più vicini in prossimità del centro della città, diventando più bassi e più sparsi in periferia e nei sobborghi.

Propagazione in presenza di edifici su terra piatta

A parte i sobborghi più lontani e le regioni rurali, la situazione è quella di case molto vicine poste su strade parallele.

Le case sono organizzate in file lungo le strade, e la presenza delle strade impone una distanza significativa fra case poste l'una di fronte all'altra (le loro facciate sono poste a distanza almeno pari alla larghezza della strada).

Inoltre, se le case hanno un giardino, anche la loro distanza laterale dovrà essere significativa.

Una schematizzazione semplificata dell'area metropolitana può quindi essere la seguente: è presente un centro con edifici alti circondati da edifici più bassi che hanno una altezza circa uniforme su larga area.

Modello della propagazione sopra i tetti di edifici bassi

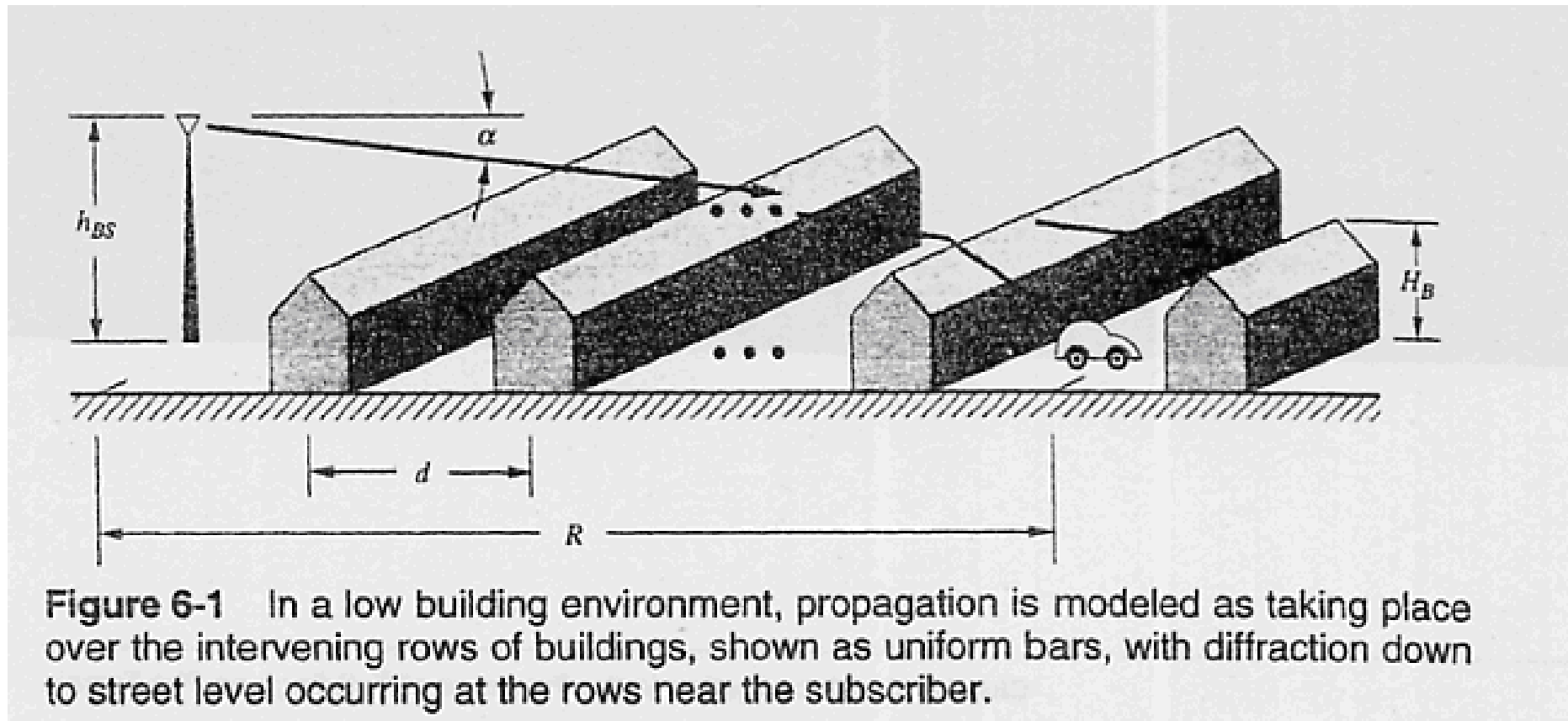
Il grigliato stradale forma in sostanza un reticolo rettangolare che divide il territorio in blocchi.

La larghezza di questi blocchi varia da circa 80 m a più di 120 m, mentre la lunghezza di ogni blocco è due o tre volte la sua larghezza.

La propagazione nel centro della città può essere modellizzata utilizzando l'algoritmo del ray tracing, mentre fuori dall'area del centro città le antenne delle stazioni base sono prossime ai tetti o sopra di essi, e la propagazione ha luogo anzitutto sopra gli edifici.

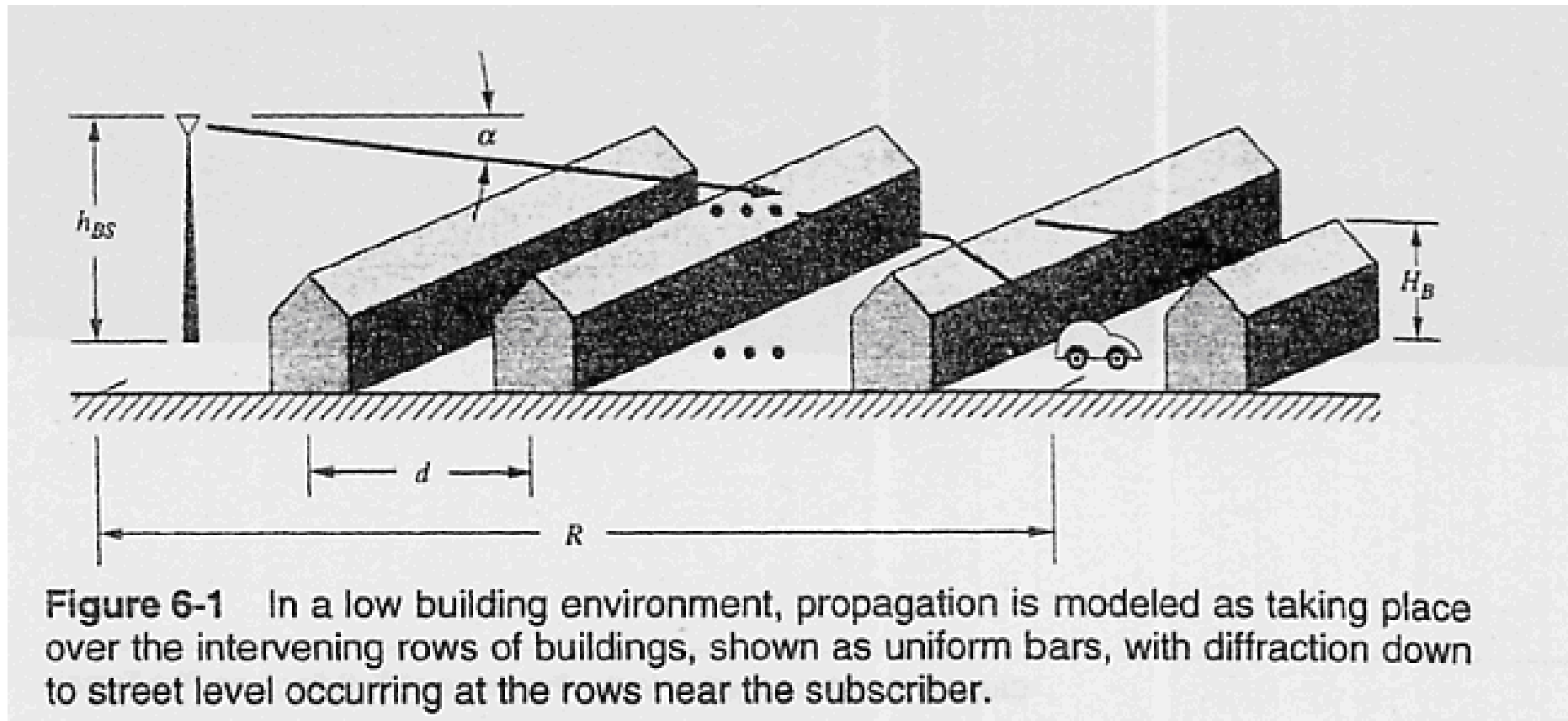
Consideriamo anzitutto il caso semplice mostrato in figura, dove il cammino di propagazione è perpendicolare ai tetti degli edifici, che sono di altezza all'incirca uguale e sono posti su di un terreno piatto.

Modello della propagazione sopra i tetti di edifici bassi



Supponendo che gli edifici siano della stessa altezza, ogni fila di edifici può essere rappresentata da una barra orizzontale di altezza H_B sopra il suolo.

Modello della propagazione sopra i tetti di edifici bassi



Le file sono separate da una distanza d che è compresa fra circa 40 e 60 m.

L'antenna della stazione base è posta ad una altezza h_{BS} rispetto al suolo e l'antenna dell'utente mobile ad una altezza h_m , che è spesso più bassa rispetto agli edifici circostanti.

Modello della propagazione sopra i tetti di edifici bassi

Si ricordi che la perdita (misurata) di penetrazione all'interno di case in ambiente suburbano varia da 4 a 7 dB ad 800 MHz ed è maggiore a frequenze più elevate.

Quindi la perdita di trasmissione attraverso una fila di case (dentro e fuori da una casa) varierà da 8 a 14 dB.

Edifici più grandi provocheranno una perdita di trasmissione anche più elevata attraverso una fila.

Vi sono anche molte file di edifici per chilometro (per esempio una spaziatura fra file di 50 m corrisponde a 20 file per km).

Data l'elevata attenuazione per fila ed il grande numero di file per km, il segnale radio che giungerà all'utente lontano dopo aver attraversato gli edifici subirà una riduzione di ampiezza molto forte rispetto alla propagazione in spazio libero.

Modello della propagazione sopra i tetti di edifici bassi

Per esempio, per una distanza di 0.5 km il segnale passerà attraverso 10 file di case e ciò corrisponde ad un path loss fra 80 e 140 dB in aggiunta a quello di spazio libero (dovuto alla distanza percorsa di 0.5 km).

I percorsi di propagazione in cui le onde viaggiano sopra gli edifici e vengono diffratte verso l'utente in basso possono, invece, in molti casi, avere un path loss inferiore.

Componenti del guadagno di tratta (path gain)

La propagazione da una antenna posta su una stazione base in posizione elevata verso un utente, può considerarsi avere luogo sopra le sommità delle file degli edifici interposti al percorso di propagazione, con fenomeni di diffrazione del segnale in basso verso l'utente che avvengono in prossimità dei tetti.

Con l'assunzione precedente relativa al percorso di propagazione, il path gain è il prodotto di tre fattori:

1. il path gain in spazio libero PG_0 ;
2. la riduzione PG_1 nei campi che arrivano agli edifici in prossimità dell'utente mobile dovuta alla diffrazione dalle precedenti file di edifici;
3. la riduzione PG_2 nei campi quando si diffrangono in basso verso il suolo.

Componenti del guadagno di tratta (path gain)

Quindi il path gain ,espresso in decibel, è:

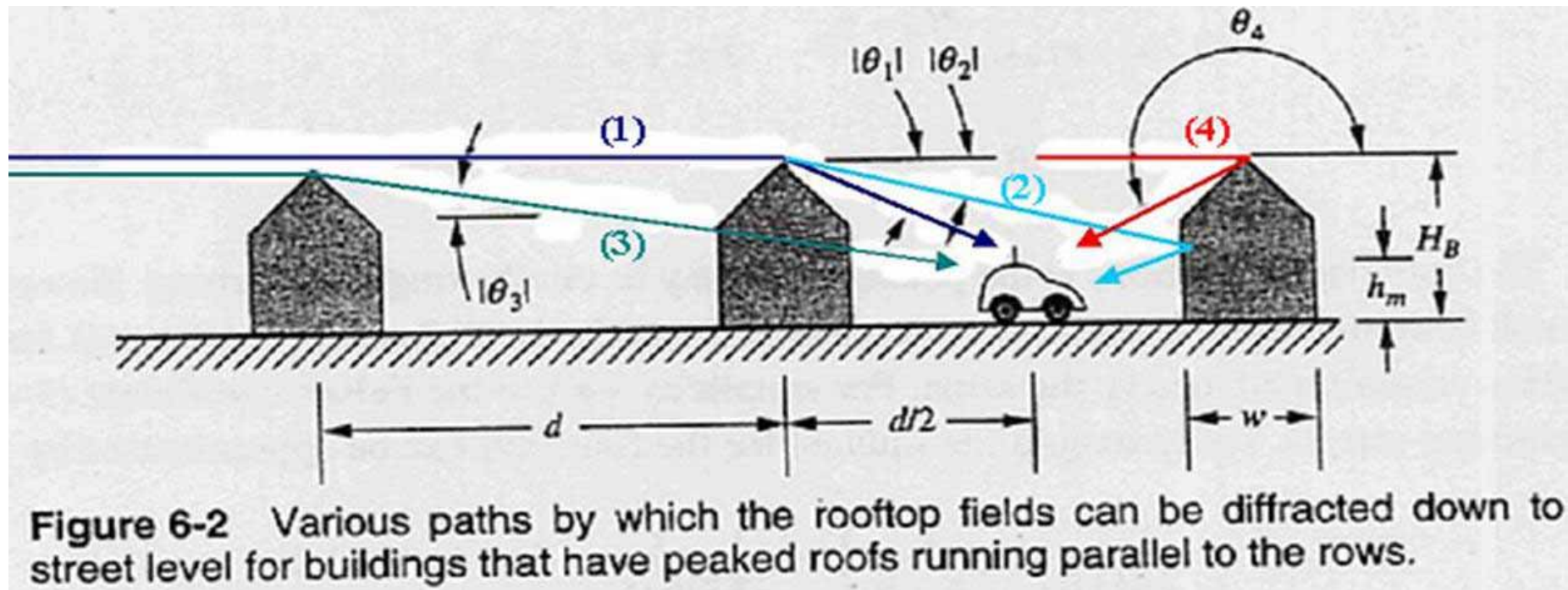
$$PG_{dB} = 10\log PG_0 + 10\log PG_1 + 10\log PG_2$$

mentre il path loss in decibel è dato dalla espressione precedente cambiata di segno.

Il path gain in spazio libero è ovviamente dato dalla formula di Friis, e vale, per una distanza orizzontale fra le antenne R che sia grande rispetto all'altezza dell'antenna, e per antenne isotropiche:

$$PG_0 = \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

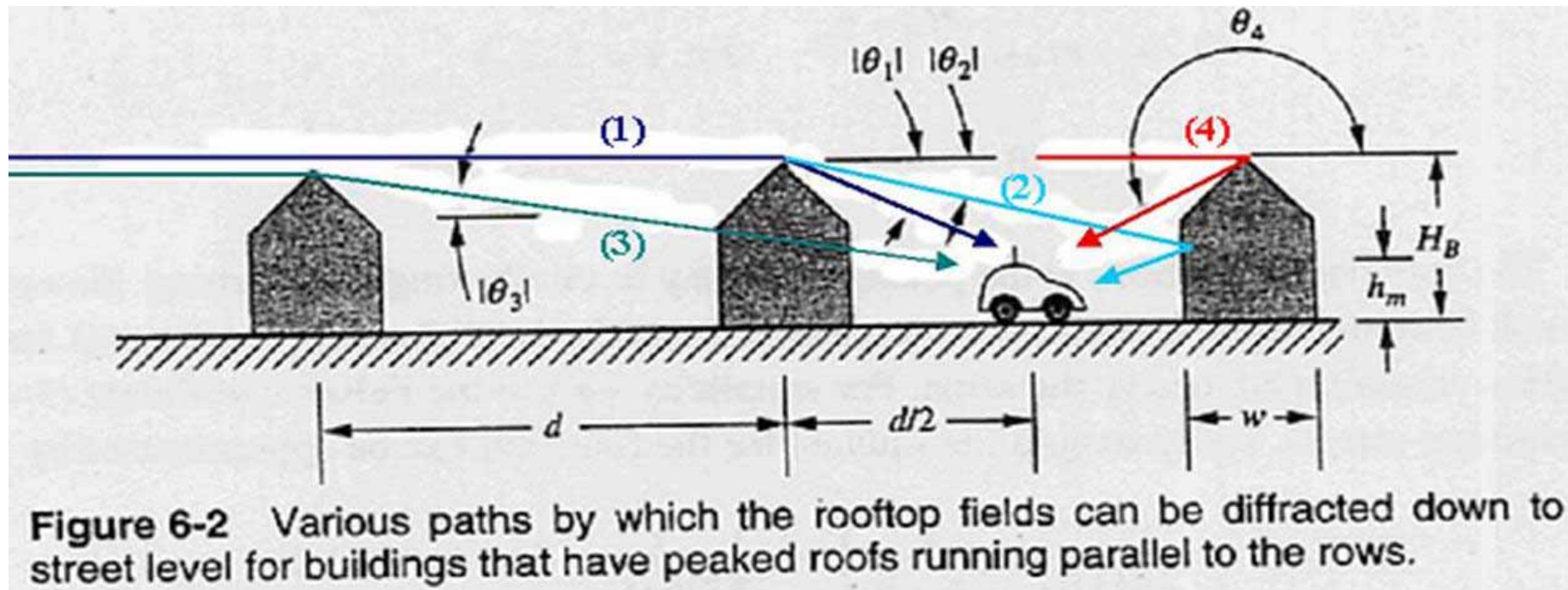
Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti



In figura sono mostrati 4 dei possibili percorsi attraverso i quali i campi sui tetti possono essere diffratti in basso verso un utente posto a livello della strada, per il caso di tetti a punta.

Il contributo più significativo è diffratto sul tetto appena sopra l'utente.

Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

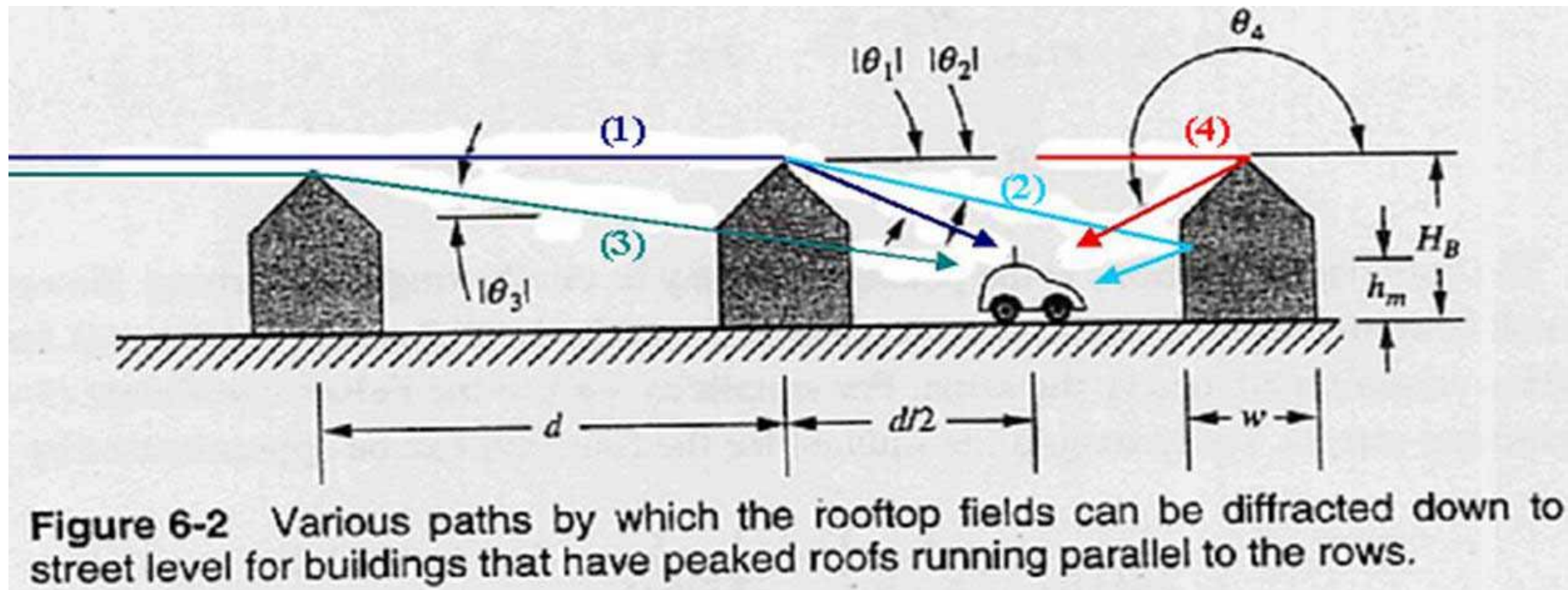


Un secondo contributo è riflesso indietro verso l'utente dalla parete dell'edificio di fronte all'utente dall'altra parte della strada.

Un terzo contributo è diffratto dai tetti due file prima dell'utente e passa attraverso l'edificio posto appena prima dell'utente stesso.

Il quarto contributo è diffratto indietro verso l'utente dal tetto dell'edificio di fronte all'utente posto dall'altra parte della strada

Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti



Sebbene l'esatta geometria di questi percorsi dipenda dalla forma dei tetti, per semplicità si sono supposti tutti i tetti a punta, con le punte poste parallelamente alla strada.

Poiché lo scopo di questa trattazione è quello di predire la dipendenza dalla distanza e la variabilità delle medie di settore, lavoreremo sulla potenza di ogni singolo raggio, piuttosto che sul campo, e sommeremo le potenze dei vari raggi presenti nel collegamento.

Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Per tipici percorsi radio, l'altezza dell'antenna della stazione base è piccola se paragonata alla distanza orizzontale R , quindi la propagazione dell'onda sui tetti è circa orizzontale.

In seguito vedremo come, dopo che si sono propagati attraverso un certo numero di file, i campi incidenti sui tetti più vicini all'utente mobile avranno all'incirca la stessa ampiezza.

I campi hanno anche una variazione con l'altezza vicino ai tetti che influenza i campi diffratti.

Tuttavia, per semplicità nel ricavare il path gain associato alla diffrazione verso la strada dai due tetti di figura, assumeremo che i campi sopra entrambi gli edifici siano quelli di onde piane di ampiezza unitaria che si propagano orizzontalmente.

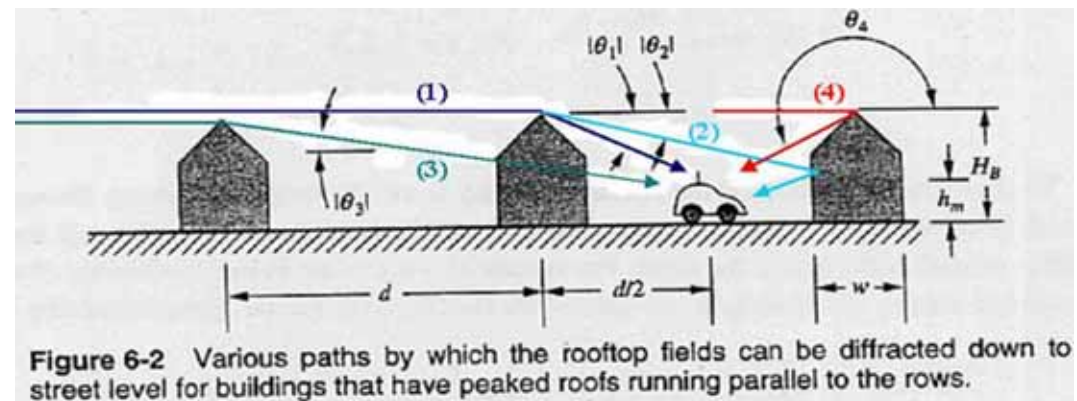
Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Con le precedenti assunzioni, il path gain PG₂ per antenne isotropiche è pari a:

$$PG_2 = \frac{1}{\rho_1} |D(\mathcal{G}_1)|^2 + \frac{1}{\rho_2} |D(\mathcal{G}_2)|^2 \cdot |\Gamma|^2 + \frac{1}{\rho_3} |D(\mathcal{G}_3)|^2 \cdot |T|^2 + \frac{1}{\rho_4} |D(\mathcal{G}_4)|^2$$

dove $|\Gamma|^2$ fornisce la perdita per riflessione sull'edificio più avanti (di fronte) e $|T|^2$ fornisce la perdita per trasmissione attraverso l'edificio prima dell'utente.

Come risulta dalla figura, supporremo l'utente posto a metà fra due file di edifici, e sia w la profondità dell'edificio perpendicolare alla strada.



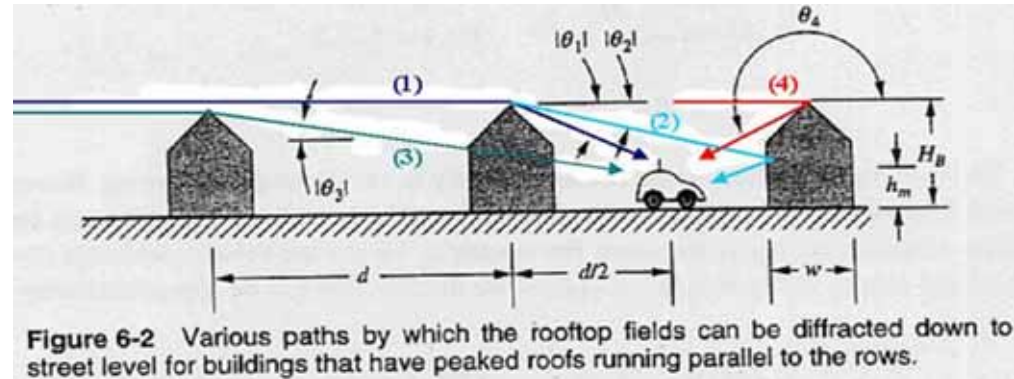
Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Le distanze ρ_i fra gli spigoli di diffrazione e l'utente sono date da:

$$\rho_1 = \rho_4 = \sqrt{(H_B - h_m)^2 + (0.5d)^2}$$

$$\rho_2 = \sqrt{(H_B - h_m)^2 + (1.5d - w)^2}$$

$$\rho_3 = \sqrt{(H_B - h_m)^2 + (1.5d)^2}$$



mentre gli angoli θ_i valgono:

$$\theta_i = -\arcsin \frac{H_B - h_m}{\rho_i} \quad \text{per } i = 1, 2, 3$$

$$\theta_4 = \pi + |\theta_1|$$

Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Le condizioni a contorno sui tetti appuntiti possono essere di conduttore o assorbenti.

Tuttavia, per i piccoli angoli di diffrazione associati ai percorsi 1, 2 e 3 i coefficienti di diffrazione per entrambe le condizioni a contorno sono all'incirca gli stessi.

Per semplicità utilizzeremo i coefficienti di Felsen per uno schermo assorbente, il cui modulo quadro per i quattro raggi in questione può essere approssimato con:

$$|D(\mathcal{G}_i)|^2 = \frac{1}{2k\pi} \left(\frac{1}{\mathcal{G}_i} + \frac{1}{2\pi - \mathcal{G}_i} \right)^2 \cong \frac{1}{2k\pi} \cdot \frac{1}{|\mathcal{G}_i|^2} \quad \text{per } i = 1, 2, 3$$

$$|D(\mathcal{G}_4)|^2 = \frac{1}{2k\pi} \left(\frac{1}{\pi + |\mathcal{G}_1|} + \frac{1}{\pi - |\mathcal{G}_1|} \right)^2 \cong \frac{1}{2k\pi} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \right)^2$$

Modello di PG_2 mediante la diffrazione dei campi sui tetti

L'errore introdotto dalle approssimazioni indicate è inferiore al 14% anche per angoli prossimi a 45° .

Utilizzando queste approssimazioni e ricordando che $\rho_1 = \rho_4$, si ha:

$$PG_2 = \frac{1}{2k\pi} \left(\frac{1}{\rho_1 |\mathcal{G}_1|^2} + \frac{|\Gamma|^2}{\rho_2 |\mathcal{G}_2|^2} + \frac{|T|^2}{\rho_3 |\mathcal{G}_3|^2} + \frac{1}{\rho_1 (\pi/2)^2} \right)$$

Dato che $|\theta_1|$ è tipicamente molto inferiore a $\pi/2$, l'ultimo termine è più piccolo del primo termine e sarà trascurato. Se w è una piccola frazione di d , le coppie angolo/distanza (ρ_2, θ_2) e (ρ_3, θ_3) sono circa uguali, e l'ordine di grandezza relativo del secondo e del terzo termine è dato dai coefficienti di riflessione e trasmissione.

Modello di PG_2 mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Per i casi più comuni, un tipico valore di $|\Gamma|^2$ è 0.1, che corrisponde a una attenuazione di 10 dB.

Anche la attenuazione dovuta alla trasmissione attraverso le case è dell'ordine di 10 dB o superiore.

Quindi il terzo termine è molto prossimo al secondo, o è inferiore al secondo, in base agli edifici coinvolti nel collegamento (ossia a come sono costruiti, perché a seconda del tipo e del numero di muri, il coefficiente di trasmissione del segnale attraverso l'edificio potrà assumere valori molto diversi).

Infine, per paragonare il secondo ed il terzo termine con il primo termine, possiamo ulteriormente approssimare gli angoli $|\theta_i|$ per $i=1,2,3$ con $\sin|\theta_i|$.

Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Trascurando l'ultimo termine si ha per PG₂ (posto $\vartheta_i = -\arcsin \frac{H_B - h_m}{\rho_i}$):

$$PG_2 = \frac{1}{2k\pi} \cdot \frac{1}{(H_B - h_m)^2} \cdot [\rho_1 + \rho_2 \cdot |\Gamma|^2 + \rho_3 \cdot |T|^2]$$

Si noti che ρ_2 e ρ_3 sono inferiori a $3\rho_1$.

Quindi, se $|\Gamma|^2 \cong 0.1$ e $\rho_2 \cong 3 \rho_1$, il primo termine sarà molto più grande del secondo termine.

Per strade strette e/o edifici più alti, cose che entrambe sono causa di angoli $|\theta_1|$ più grandi, o per edifici più riflettenti, il primo ed il secondo termine sono invece più o meno uguali.

Modello di PG₂ mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Esistono altri percorsi attraverso i quali i campi sui tetti possono raggiungere il livello del suolo, oltre ai quattro indicati.

Tuttavia, essi coinvolgono diffrazioni che avvengono con angoli più ampi, attraversamenti di più edifici, o riflessioni e/o diffrazioni addizionali.

Ci si aspetta quindi che tutti questi percorsi forniscano un contributo più piccolo al segnale totale ricevuto rispetto al contributo principale che è quello che percorre il cammino 1.

Un modo approssimato di tenere conto di tutti questi percorsi consiste nell'assumere che il loro contributo totale sia all'incirca lo stesso di quello dovuto al percorso 1.

Modello di PG_2 mediante la diffrazione dei campi sui tetti

Quindi si ha:

$$PG_2 = \frac{2}{\rho_1} \cdot |D(\mathcal{G}_1)|^2 \cong \frac{1}{k\pi\rho_1} \cdot \frac{1}{|\mathcal{G}_1|^2} \cong \frac{\lambda\rho_1}{2\pi^2(H_B - h_m)^2}$$

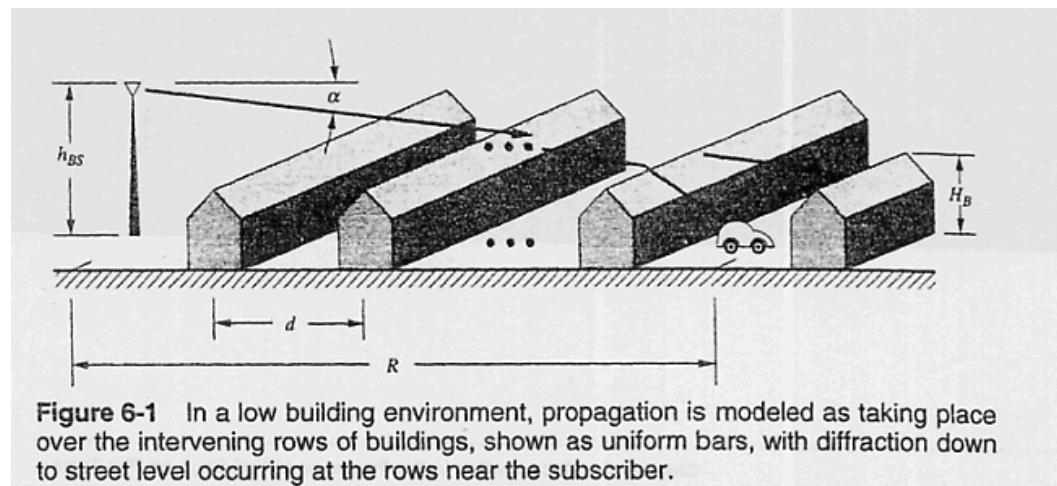
L'equazione precedente dà vari gradi di approssimazione al guadagno legato all'altezza dell'antenna dell'utente, che si è visto dipendere dall'altezza degli edifici e dalla larghezza delle strade.

Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti

Per completare la descrizione della propagazione verso gli utenti che si trovano in aree metropolitane, è necessario calcolare la riduzione nel campo che arriva all'ultimo tetto prima dell'utente mobile, dovuto alla propagazione sulle precedenti file di edifici.

In tipiche installazioni cellulari, l'altezza della stazione base è piccola se paragonata al range di copertura (ossia alla dimensione della cella), e quindi l'angolo α fra RBS e mobile è piccolo.

Per esempio, se la RBS è posta a 21 m sopra gli edifici circostanti, allora ad una distanza di 1 km l'angolo α è circa 1.2° .



Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti

Poiché la propagazione dell'onda è circa orizzontale, il meccanismo fondamentale di propagazione coinvolgerà diffrazioni multiple attraverso file successive di edifici.

Le onde diffratte in basso verso il livello della strada possono essere riflesse e ridirigersi verso i tetti e in tal modo riunirsi, dopo aver subito una seconda diffrazione, alle onde che si propagano sopra gli edifici.

Dato che questo processo coinvolge due eventi di diffrazione con angoli significativi, ed una o più riflessioni, i contributi risultanti saranno piccoli e nel seguito li ignoreremo.

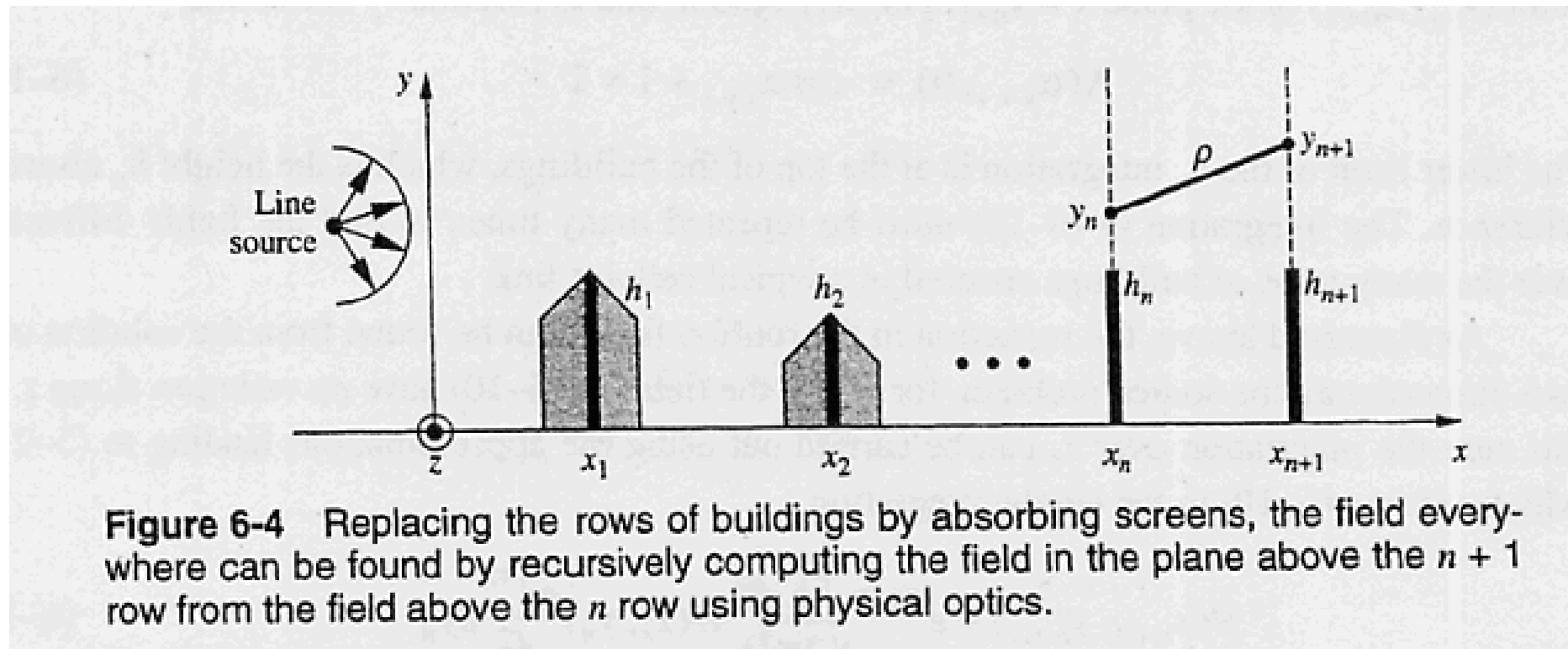
Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti

Oltre alla riduzione di ampiezza come risultato della diffrazione sul piano verticale dalle file di edifici, i campi irradiati dall'antenna della RBS subiranno una riduzione dovuta allo spreading dei raggi nel piano orizzontale.

Poiché gli edifici sono, per semplicità, supposti uniformi trasversalmente alla direzione di propagazione, lo spreading dei raggi nel piano orizzontale è indipendente dalla diffrazione sul piano verticale.

Il risultato è che gli effetti delle file di edifici sull'onda sferica irradiata dalla RBS saranno gli stessi di quelli che si otterrebbero da una onda cilindrica irradiata da una linea di sorgente parallela alle file di edifici.

Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti



Supponiamo che la riduzione del campo alla sommità degli edifici sia espressa da un fattore che moltiplica il campo di spazio libero in assenza di edifici.

Allora lo stesso fattore moltiplicativo trovato per onde sferiche sarà trovato anche per onde cilindriche.

Quindi possiamo ridurre il problema tridimensionale (onda sferica) ad un più semplice problema bidimensionale con una linea di sorgente (onda cilindrica).

Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti

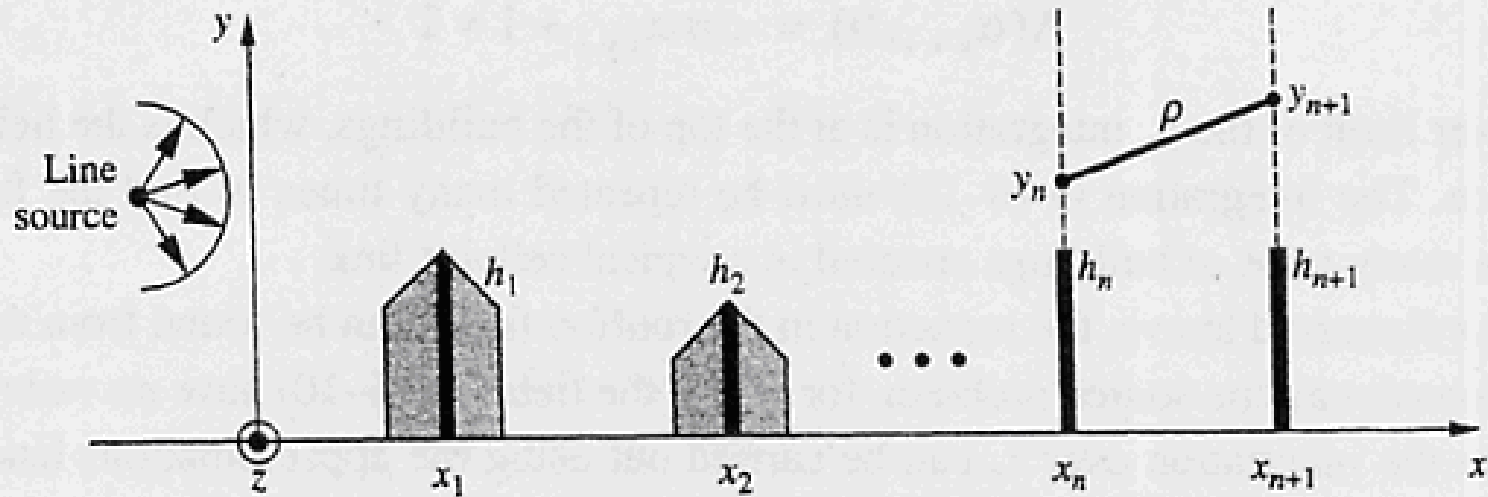


Figure 6-4 Replacing the rows of buildings by absorbing screens, the field everywhere can be found by recursively computing the field in the plane above the $n + 1$ row from the field above the n row using physical optics.

Per semplicità, possiamo sostituire le file di edifici con schermi diffrangenti, come mostrato in figura.

Poiché la trasmissione attraverso gli edifici è trascurabile per frequenze nella gamma delle UHF, e così pure sono trascurabili le riflessioni dal suolo, gli schermi sono supposti assorbenti e semi-infiniti.

Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti

La diffrazione attraverso un allineamento di schermi assorbenti è un classico problema in elettromagnetismo. Quando tutti gli schermi hanno la stessa altezza e sono spaziati della stessa distanza d , si possono trovare semplici soluzioni in forma chiusa per il campo incidente su ogni spigolo per i casi speciali di:

1. Onda piana che si propaga in direzione x
2. Eccitazione da una linea di sorgente posta alla stessa altezza degli spigoli ($y_0=0$) ed a distanza d dal primo spigolo

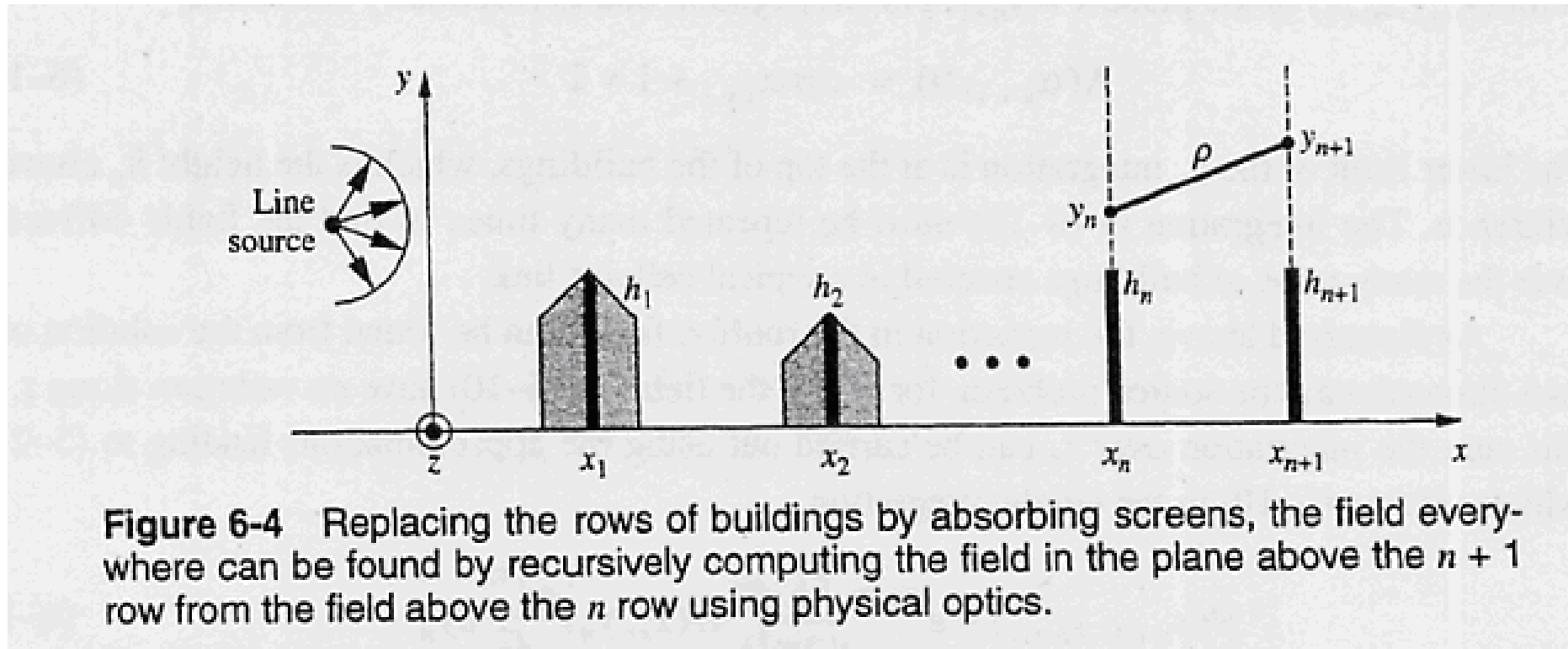
Approcci al calcolo della riduzione PG_1 dei campi sui tetti

Per incidenza di onda piana ad un angolo finito α , o per altre posizioni della sorgente, deve essere effettuata una analisi differente.

Utilizzeremo l'applicazione ripetuta dell'approssimazione di ottica fisica che si è utilizzata per trovare i campi diffratti da un singolo schermo assorbente per ricavare i campi diffratti da più schermi assorbenti vicini.

Tale approccio ben si adatta sia ad uno studio numerico che analitico, è robusto rispetto alle variazioni sulle altezze e le separazioni degli schermi, ed è flessibile permettendo di incorporare facilmente altri effetti, quali ad esempio quello della vegetazione.

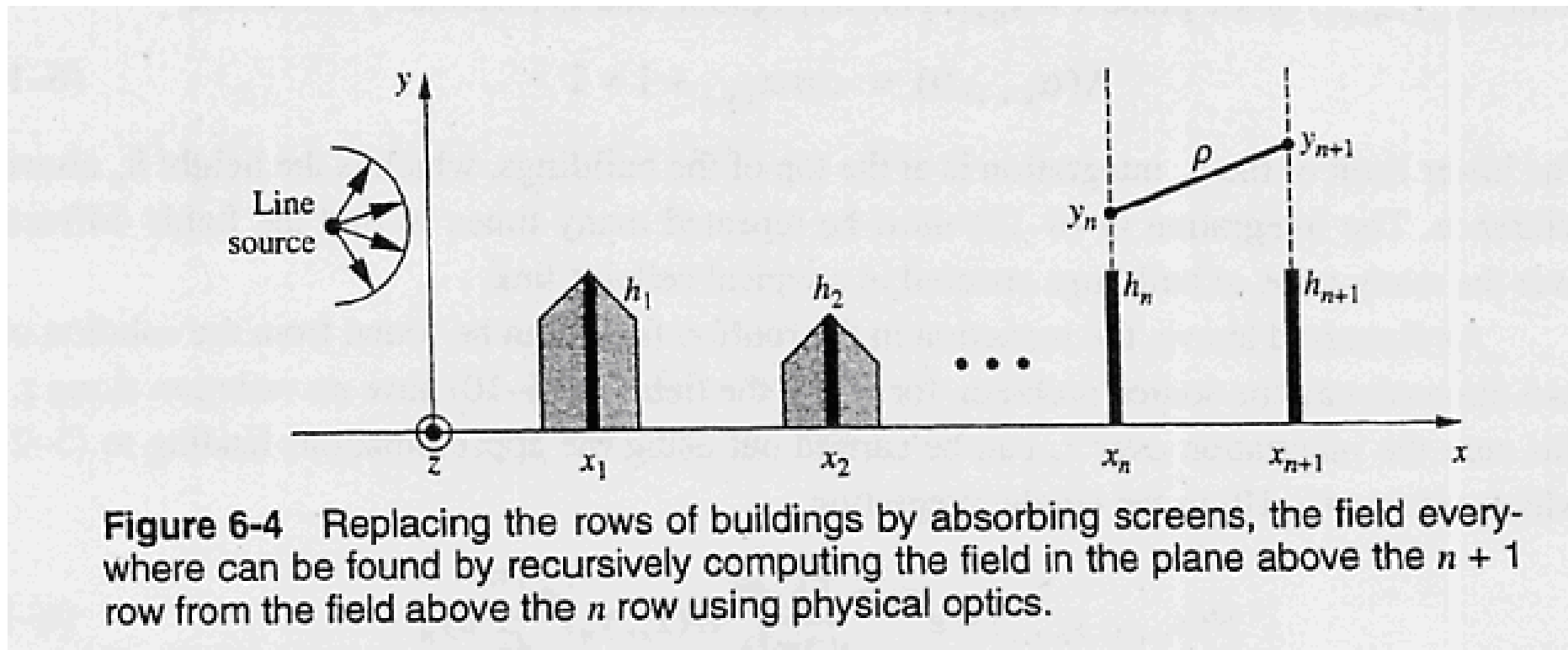
Approccio di Ottica fisica per il calcolo della riduzione di campo



Nell'approccio di Ottica Fisica, il campo che si considera nella regione sopra lo schermo posto in $n=1$ in figura è quello incidente, nel punto in cui si trova lo schermo, come se l'antenna della RBS stesse irradiando in spazio libero.

Il campo sopra il primo schermo è quindi utilizzato come sorgente equivalente del campo sullo schermo successivo, e così via per gli altri schermi.

Approccio di Ottica fisica per il calcolo della riduzione di campo



Siano (y_n, z_n) le coordinate (y, z) sul piano sopra la fila (ossia lo schermo) n -esima.

Allora il campo $H(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1})$ sul piano dello schermo $n+1$ -esimo si ottiene dal campo $H(x_n, y_n, z_n)$ sul piano sopra la fila (schermo) n -esima.

Approccio di Ottica fisica per il calcolo della riduzione di campo

Se la polarizzazione è verticale e la propagazione è principalmente orizzontale, il campo è dato dalla:

$$H(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{h_n}^{+\infty} \Lambda(\alpha_{n+1}, 0) \cdot H(x_n, y_n, z_n) \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} dy_n dz_n$$

dove r è la distanza fra il punto di sorgente secondaria (y_n, z_n) sul piano $x=x_n$ ed il punto in cui si trova il ricevitore (y_{n+1}, z_{n+1}) sul piano $x=x_{n+1}$.

Per propagazione essenzialmente orizzontale, si ha:

$$\Lambda(\alpha_{n+1}, 0) = \cos \alpha_{n+1} + 1 \cong 2$$

Approccio di Ottica fisica per il calcolo della riduzione di campo

Il limite inferiore di integrazione rispetto ad y_n è posto alla sommità degli edifici, ossia alla quota h_n rispetto al riferimento.

L'integrazione, in un tipico collegamento cellulare, deve essere ripetuta molte volte per ottenere i campi diffratti sopra le molte file di edifici interposti al collegamento fra Rx e Tx.

La riduzione nei campi sui tetti può essere ottenuta dalla soluzione di un problema bidimensionale con linea di sorgente, per il quale i campi non hanno variazione con z .

In questo caso, l'integrale rispetto a z_n può essere svolto mediante l'approssimazione già utilizzata per il calcolo del campo diffratto da uno schermo.

Approccio di Ottica fisica per il calcolo della riduzione di campo

Ci si riduce quindi al singolo integrale rispetto ad y_n :

$$H(x_{n+1}, y_{n+1}) \cong e^{j\pi/4} \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \cdot \int_{h_n}^{+\infty} H(x_n, y_n) \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} dy_n$$

con:

$$\rho = \sqrt{(x_{n+1} - x_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2}$$

La valutazione numerica ripetuta dell'integrale precedente è un possibile approccio utilizzabile per trovare i campi.

Quando gli edifici sono di altezza uniforme e la spaziatura fra le file di edifici è anche essa uniforme, il campo alla sommità degli edifici può essere ottenuto in forma analitica.

Soluzioni per spaziatura fra gli edifici ed altezza degli edifici uniformi

Consideriamo file di edifici spaziate uniformemente con spaziatura pari a $x_{n+1}-x_n=d$, e siano gli edifici di uguale altezza $h_n=0$ sul piano di riferimento.

Poiché la propagazione è essenzialmente orizzontale, il contributo principale all'integrale del campo diffratto è dato dai valori di y_n prossimi al valore y_{n+1} .

Quindi r può essere sostituito a denominatore da d nella, mentre ad esponente si può utilizzare l'approssimazione di Fresnel:

$$\rho = d + \frac{(y_{n-1} - y_n)^2}{2d}$$

Soluzioni per spaziatura fra gli edifici ed altezza degli edifici uniformi

Dato che $\sqrt{k/2\pi} = 1/\sqrt{\lambda}$, facendo la cascata degli integrali dopo N schermi otteniamo:

$$H(x_{n+1}, y_{n+1}) = \frac{e^{jN\pi/4} \cdot e^{-jkNd}}{(\lambda d)^{N/2}} \int_0^{+\infty} dy_1 \cdot \int_0^{+\infty} dy_2 \dots \int_0^{+\infty} dy_N H(d, y_1) \cdot \exp\left[\frac{-jk}{2d} \sum_{n=1}^N (y_{n+1} - y_n)^2\right]$$

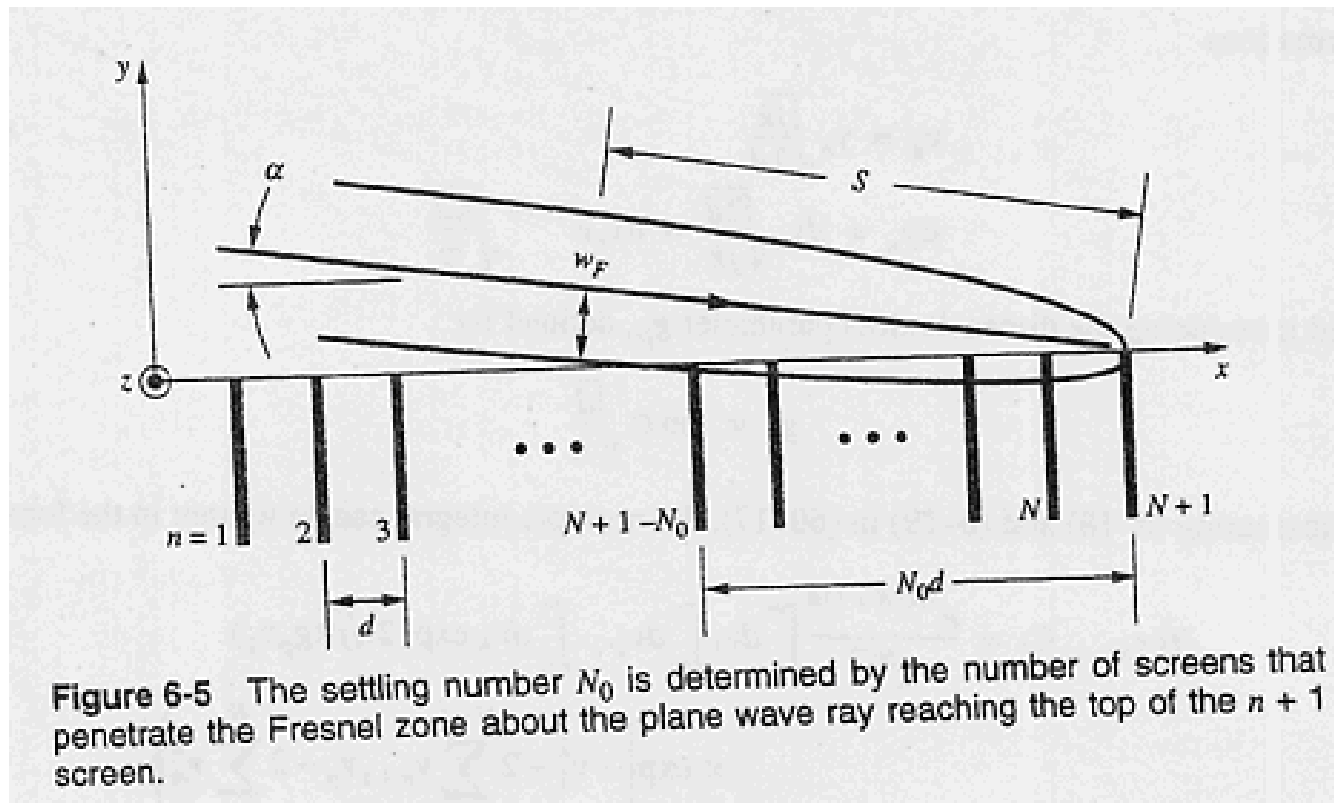
dove y_n si riferisce al punto di integrazione sul piano $x_n = n \cdot d$.

Considereremo nel seguito due diverse forme per il campo che illumina il primo schermo posto ad $x_1 = d$:

1. una onda piana, che fornisce la riduzione di campo per antenne poste in posizione elevata ed utilizzate in sistemi macrocellulari che devono coprire distanze da 1 fino a circa 20 km o più
2. una linea di sorgente, che può essere posta alla stessa altezza dei tetti o più in basso rispetto ai tetti, come avviene per i sistemi microcellulari che coprono distanze fino a circa 1 km.

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

In applicazioni macrocellulari, i campi irradiati da una antenna di una RBS in posizione elevata attraverseranno parecchie file di edifici prima di raggiungere l'utente mobile.



Di conseguenza, gli effetti relativi alle prime poche file verranno eliminati, e i campi sui tetti si assesteranno ad un valore relativo allo spazio libero che dipende solo dall'angolo α indicato in figura.

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Il valore di assestamento può essere trovato considerando una onda piana incidente che si propaga attraverso una serie di file.

Supponendo che una onda piana incidente di ampiezza unitaria si propaghi verso il basso con un angolo α rispetto all'orizzontale, il campo sul piano $x_1=d$ è pari a:

$$H(d, y_1) = e^{-jkd \cos \alpha} \cdot e^{jky_1 \sin \alpha}$$

Per piccoli angoli α , possiamo approssimare $\cos \theta \cong 1$, e quindi il campo per $y_{N+1}=0$ è dato da:

$$H(x_{n+1}, 0) = \frac{e^{jN\pi/4} \cdot e^{-jk(N+1)d}}{(\lambda d)^{N/2}} \int_0^{+\infty} dy_1 \cdot \int_0^{+\infty} dy_2 \dots \int_0^{+\infty} dy_N \cdot e^{jky_1 \sin \alpha} \cdot \exp \left[\frac{-jk}{2d} \left(y_1^2 - 2 \sum_{n=1}^{N-1} y_{n+1} \cdot y_n + 2 \sum_{n=2}^N y_n^2 \right) \right]$$

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Effettuiamo ora un cambio di variabile nell'integrazione mediante la trasformazione seguente:

$$v_n = y_n \sqrt{\frac{jk}{2d}} \longrightarrow dy_n = dv_n \sqrt{\frac{2d}{jk}} = dv_n \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \sqrt{\frac{\lambda d}{\pi}}$$

ed introduciamo il parametro adimensionale g_p dato da:

$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

L'integrale multiplo può allora essere scritto nella forma:

$$H(x_{n+1}, 0) = \frac{e^{-jk(N+1)d}}{\pi^{N/2}} \int_0^{+\infty} dv_1 \cdot \int_0^{+\infty} dv_2 \dots \int_0^{+\infty} dv_N \cdot e^{2\sqrt{j\pi} \cdot g_p \cdot v_1} \cdot \exp\left(-v_1^2 + 2 \sum_{n=1}^{N-1} v_{n+1} \cdot v_n - 2 \sum_{n=2}^N v_n^2\right)$$

A parte il termine di fase $e^{-jk(N+1)d}$, la dipendenza di $H(x_{n+1}, 0)$ dalla frequenza, dalla spaziatura fra le file d e dall'angolo di incidenza α è contenuta nel singolo parametro g_p .

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Un semplice risultato in forma chiusa si ottiene quando l'onda piana incidente si propaga parallelamente alla linea dei tetti, in modo che l'angolo α sia zero.

In questo caso, si ha:

$$H(x_{n+1}, 0) = e^{-jk(N+1)d} \cdot \frac{(1/2)_N}{N!} \cong e^{-jk(N+1)d} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi N + 1}}$$

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Per propagazione parallela alla linea dei tetti, ogni tetto giace sullo shadow boundary del precedente tetto.

Quindi il secondo tetto giace sullo shadow boundary del primo, ed il campo incidente sul secondo tetto ha una ampiezza che è la metà dell'ampiezza dell'onda piana incidente sul primo tetto.

Sostituendo $N=1$ nella espressione esatta (non approssimata) del campo, l'ampiezza del campo è $\frac{1}{2}$, come ci aspettiamo.

Anche la espressione approssimata del campo fornisce un valore di campo molto prossimo ad $\frac{1}{2}$ per $N=1$.

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

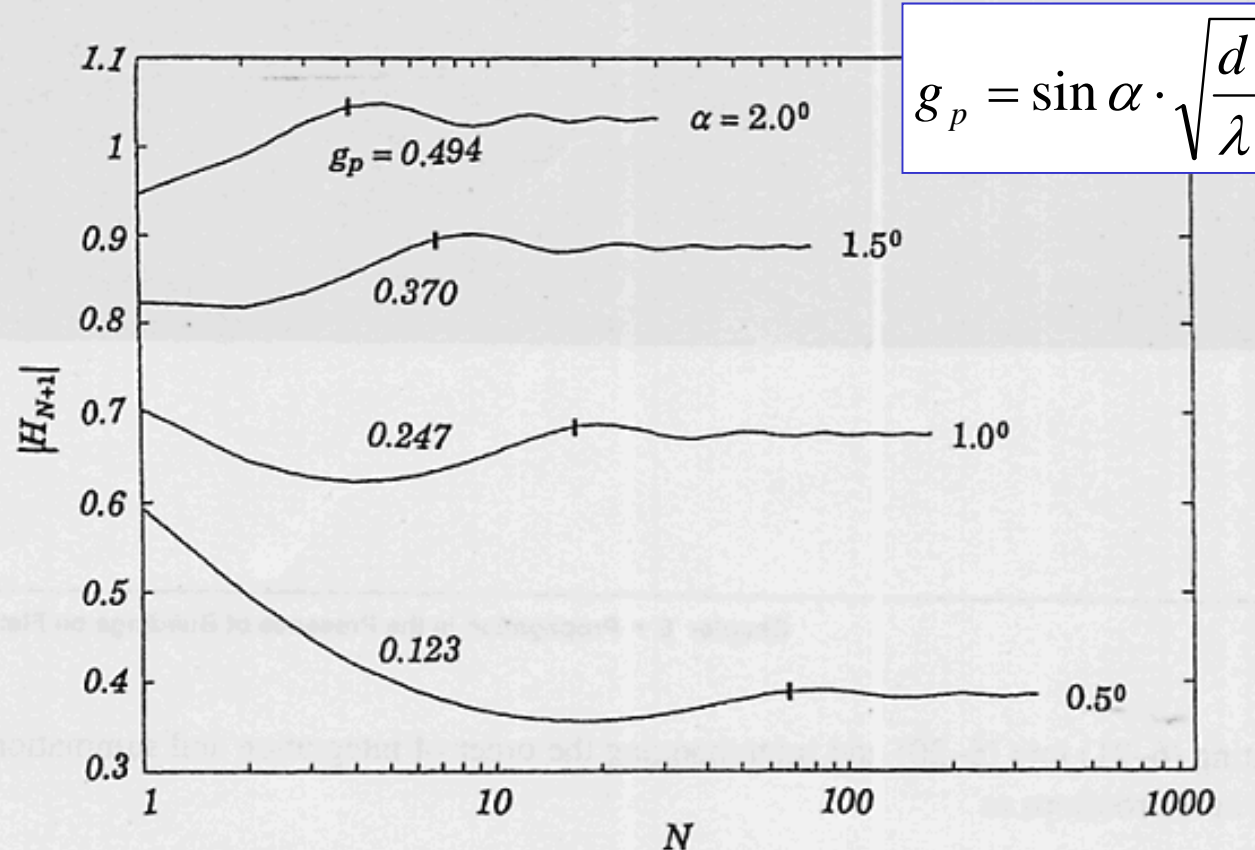
Con la diffrazione attraverso più file, l'ampiezza del campo decresce monotonamente, ma solo debolmente.

Se fosse corretto semplicemente moltiplicare i coefficienti di diffrazione per le varie file di edifici che il segnale incontra durante la propagazione, l'ampiezza del campo incidente sulla fila N+1-esima, per $\alpha=0$, sarebbe $1/2^N$, che è un tasso di attenuazione molto più forte.

Tuttavia, poiché ogni bordo di diffrazione giace nella regione di transizione del precedente bordo, una semplice moltiplicazione dei coefficienti di diffrazione non è corretta.

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Quando l'onda piana incide da sopra la linea dei tetti, si trova una differente dipendenza dell'ampiezza del campo da N .



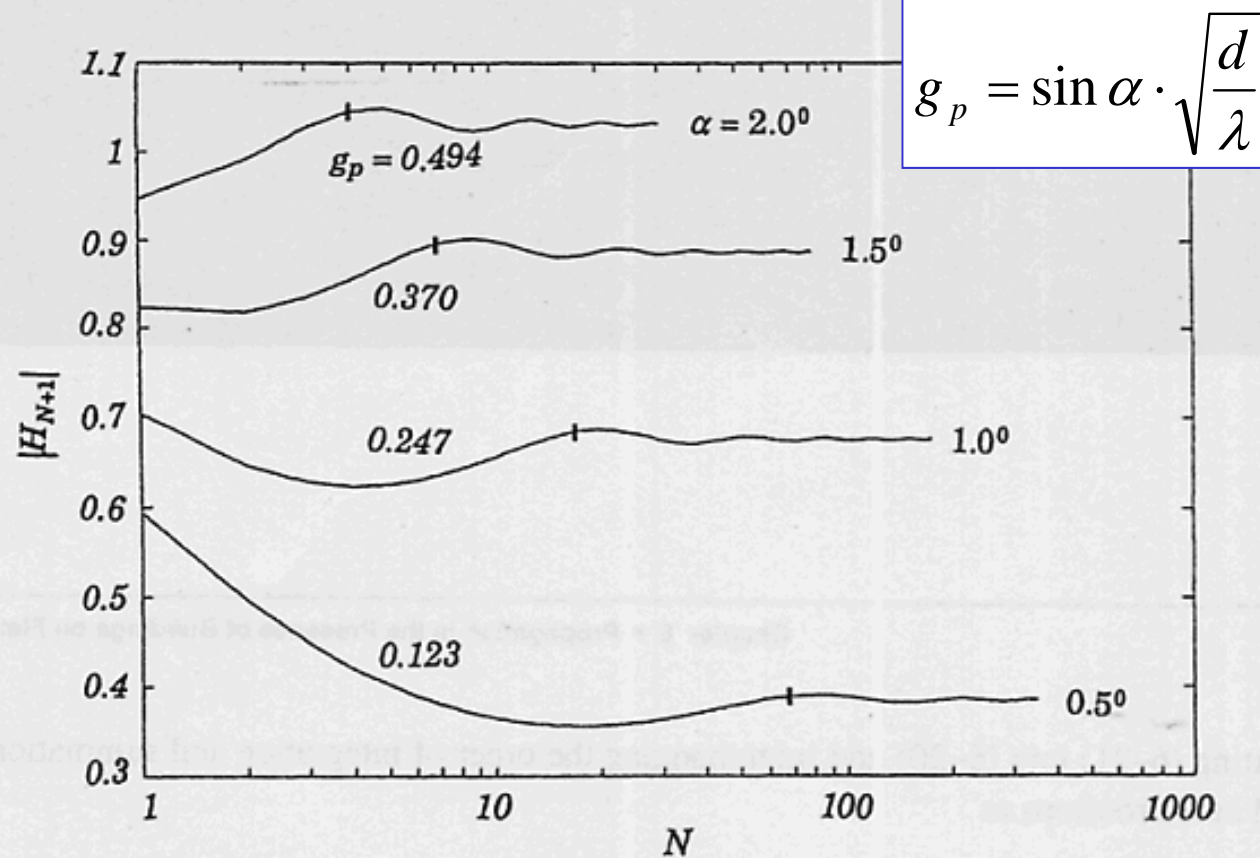
$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

La figura mostra la dipendenza da N dell'ampiezza del campo calcolata per diversi valori del parametro g_p .

Sebbene i diversi grafici siano stati disegnati come curve continue, solo i punti che corrispondono a valori interi di N (e quindi alla posizione dello schermo N -esimo) hanno significato fisico.

Figure 6-6 Field reaching the rooftop of successive rows $N + 1$ due to an incident plane wave of unit amplitude for various values of the parameter $g_p \approx \alpha \sqrt{d/\lambda}$. The angles listed are for $d = 200\lambda$. Although a continuous curve has been drawn, only integer values of N have physical significance. Values of N_0 are indicated by the vertical bars [8] (©1992 IEEE).

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle



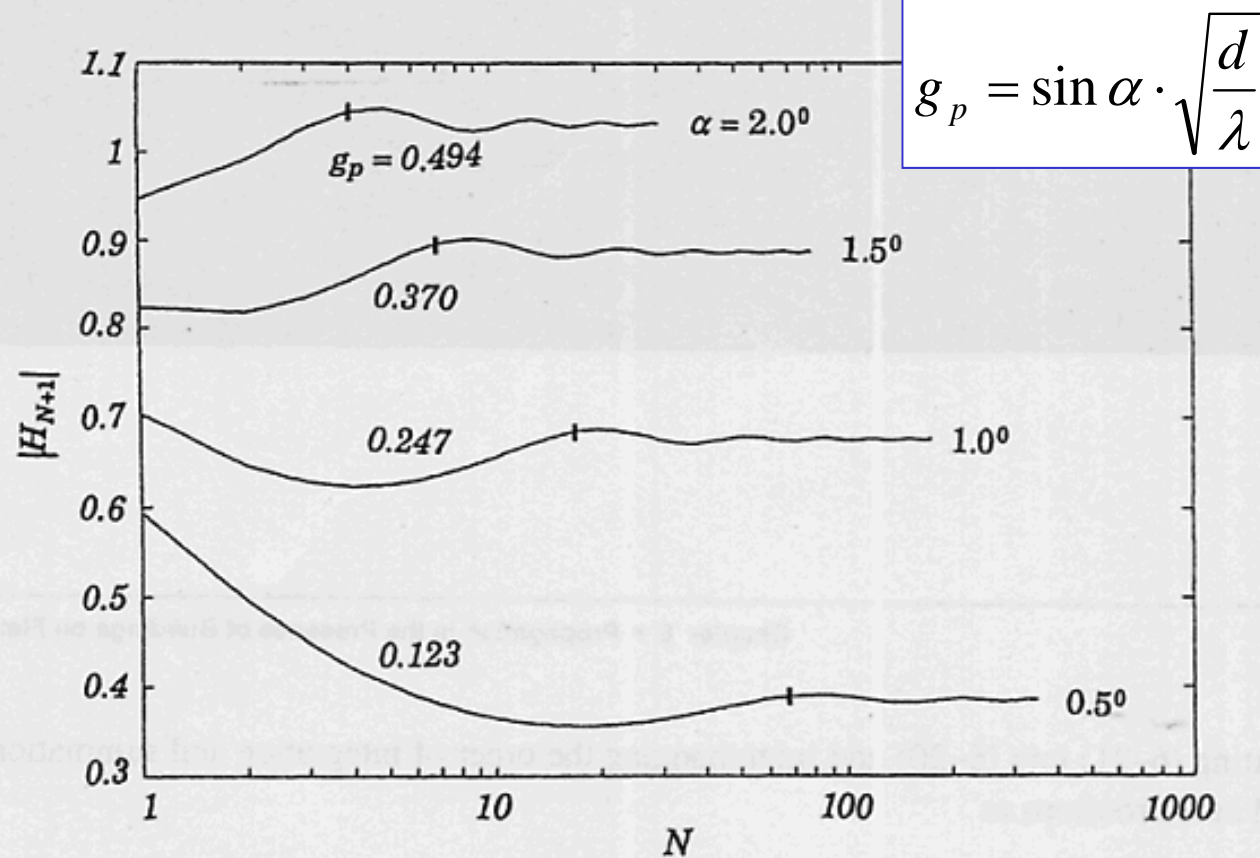
$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

In ogni curva è anche indicato l'angolo di incidenza α per una spaziatura fra le file di edifici pari a $d=200\lambda$.

Dopo che il campo ha attraversato un certo numero di file di edifici, si nota dai grafici che il campo incidente sui successivi tetti oscilla con ampiezza decrescente attorno ad un valore finito di assestamento.

Figure 6-6 Field reaching the rooftop of successive rows $N + 1$ due to an incident plane wave of unit amplitude for various values of the parameter $g_p \approx \alpha \sqrt{d/\lambda}$. The angles listed are for $d = 200\lambda$. Although a continuous curve has been drawn, only integer values of N have physical significance. Values of N_0 are indicated by the vertical bars [8] (©1992 IEEE).

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle



$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

Per angoli di incidenza elevati, il valore di assestamento può essere leggermente più grande dell'unità, e ciò è dovuto al fatto che l'onda incidente è rafforzata dall'onda diffratta dal precedente bordo.

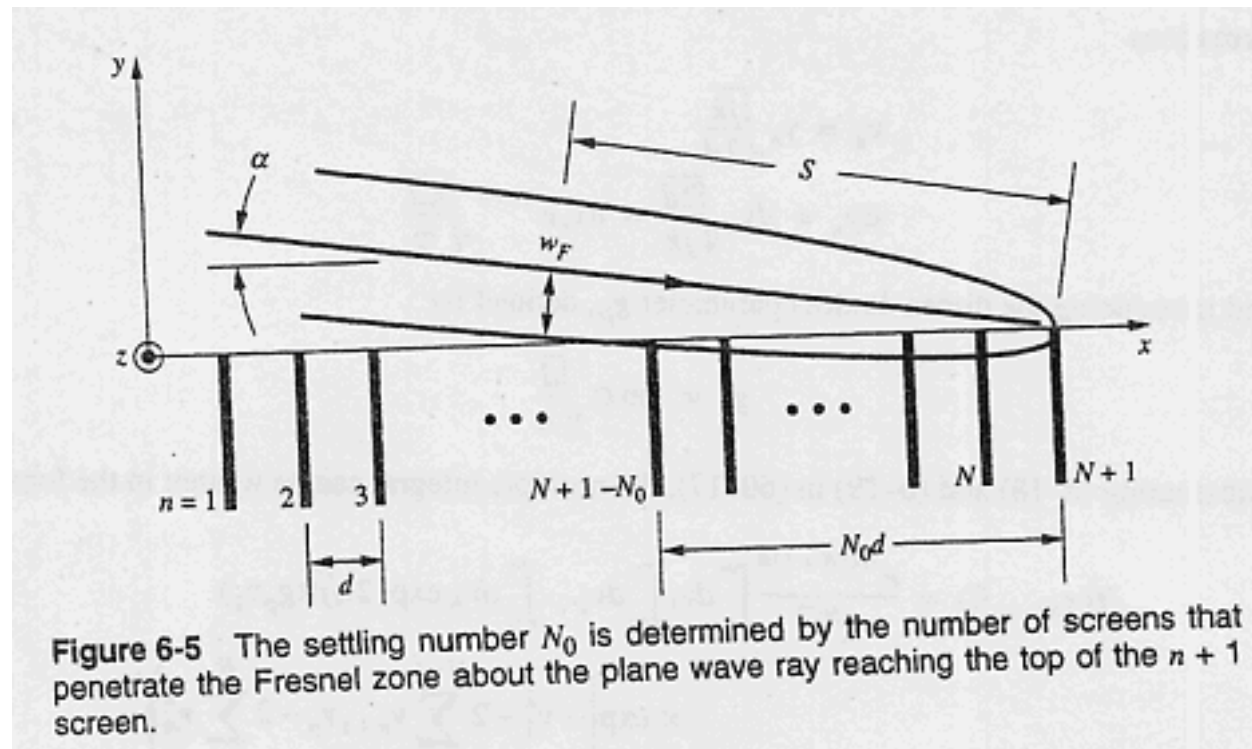
Per piccoli angoli di incidenza il valore di assestamento decresce monotonamente con l'angolo.

Figure 6-6 Field reaching the rooftop of successive rows $N + 1$ due to an incident plane wave of unit amplitude for various values of the parameter $g_p \approx \alpha \sqrt{d/\lambda}$. The angles listed are for $d = 200\lambda$. Although a continuous curve has been drawn, only integer values of N have physical significance. Values of N_0 are indicated by the vertical bars [8] (©1992 IEEE).

Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

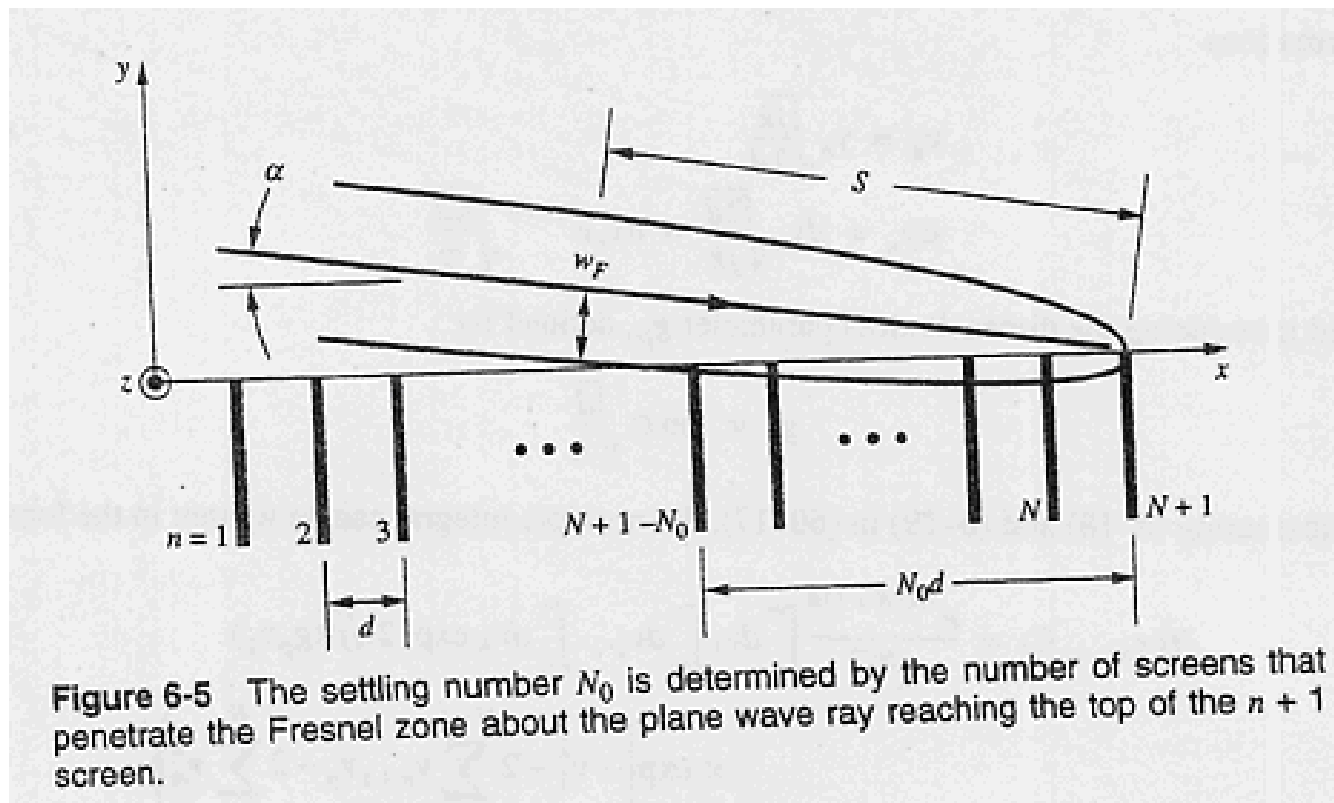
La variazione iniziale del campo può essere vista come un effetto associato alla transizione dalla propagazione in spazio libero alla diffrazione attraverso le file di edifici.

L'influenza di questa transizione decresce man mano che i campi si propagano attraverso un numero elevato di file, ed il campo, all'aumentare delle file attraversate, si assesta attorno ad un valore costante.



Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

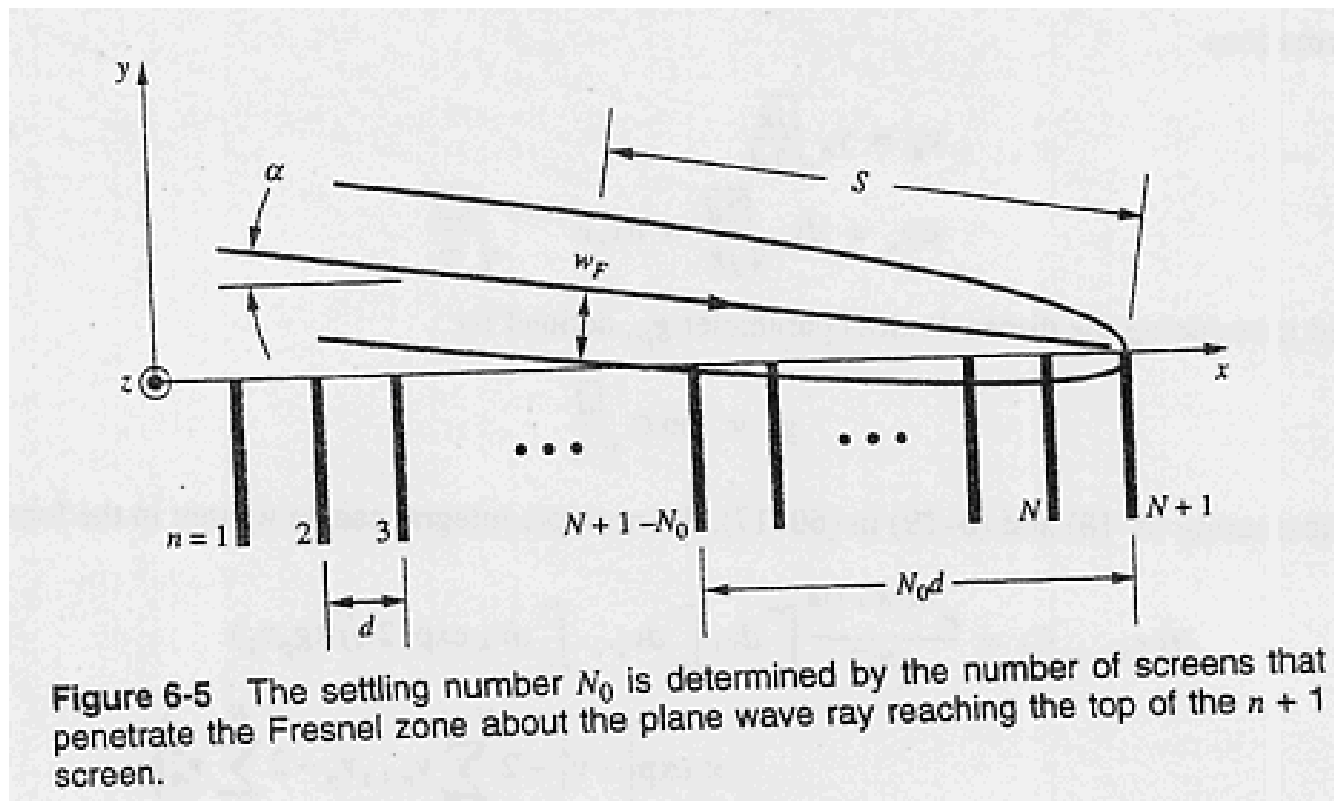
Il numero di file N_0 che deve essere attraversato per raggiungere un assestamento del campo si trova considerando le file i cui tetti giacciono all'interno della prima zona di Fresnel relativa al raggio su un particolare tetto (tutto ciò vale per N grande), come indicato in figura, in cui è indicata la zona di Fresnel del raggio sul tetto $n+1$ -esimo.



Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Poiché la sorgente dell'onda piana incidente è posta all'infinito, la semilarghezza della zona di Fresnel a distanza s dalla fine del raggio è pari a:

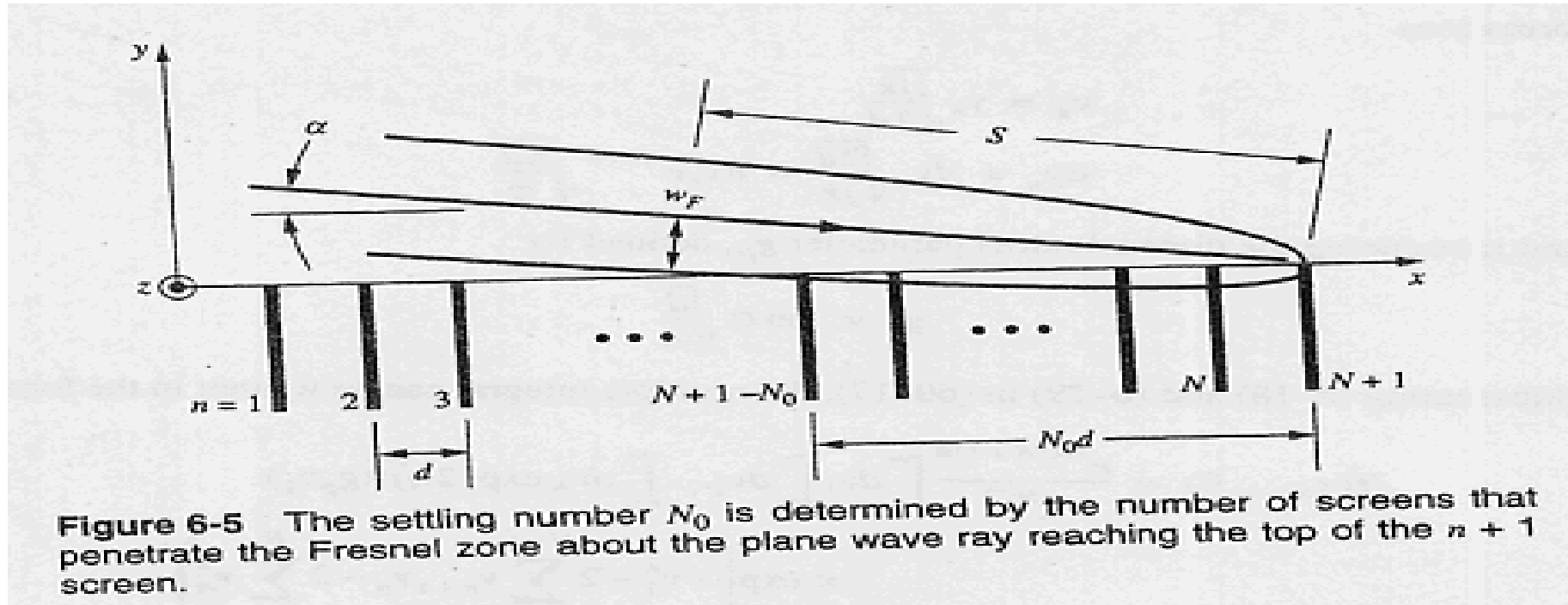
$$w_F = \sqrt{\lambda \cdot s}$$



Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

La distanza ortogonale fra il tetto ed il raggio è $s \cdot \tan(\alpha)$, e quindi i tetti per i quali $w_F > s \cdot \tan(\alpha)$ giaceranno internamente alla zona di Fresnel, mentre quelli per i quali $w_F < s \cdot \tan(\alpha)$ saranno fuori dalla zona di Fresnel.

La distanza $N_0 \cdot d$, che indica l'ultimo tetto che si trova internamente alla zona di Fresnel, è il valore di $s \cong N_0 \cdot d$ tale che $w_F = N_0 \cdot d \cdot \tan(\alpha)$.



Incidenza di onda piana per previsioni su macrocelle

Si trova, quindi, per piccoli angoli α :

$$\begin{aligned}w_F &= \sqrt{\lambda \cdot s} \cong \sqrt{\lambda \cdot N_0 d} \quad (\text{definizione di } w_F) \\ \rightarrow w_F &= s \tan \alpha \cong N_0 d \tan \alpha \quad (\text{condizione di campo stabilizzato}) \\ N_0 d \tan \alpha &\cong \sqrt{\lambda \cdot N_0 d} \rightarrow N_0^2 d^2 \tan^2 \alpha \cong \lambda \cdot N_0 d \rightarrow \\ \rightarrow N_0 &\cong \frac{\lambda}{d \tan^2 \alpha} \cong \frac{1}{g_p^2}\end{aligned}$$

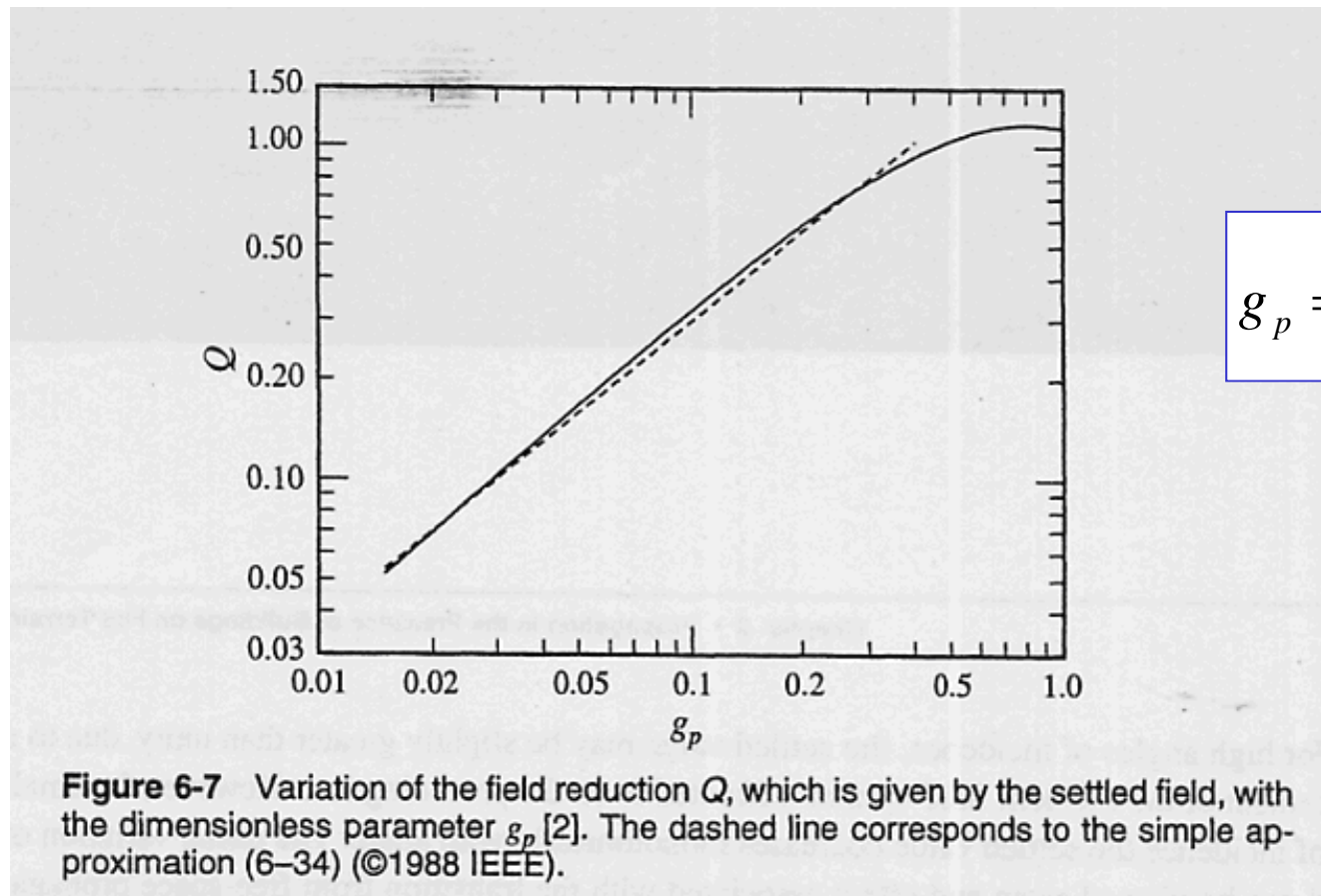
Questo valore di N_0 è indicato dalla barra verticale su ogni curva della figura che mostra la dipendenza da N dell'ampiezza del campo diffratto.

Si noti che N_0 identifica la fine della regione di transizione, e l'inizio del campo stabilizzato.

Come esempio, per una spaziatura fra le file di edifici pari a $d=60\text{m}$ e alla frequenza di 900 MHz, $d/\lambda=180$ e il numero di assestamento per un angolo $\alpha = 0.5^\circ$ è $N_0=73$, che corrisponde ad una distanza pari a $N_0 \cdot d=4.4 \text{ km}$.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Sia $Q(g_p)$ il modulo del valore di campo stabilizzato, ottenuto da curve come quelle mostrate in precedenza.



$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

La dipendenza del campo stabilizzato dal parametro g_p è plottata in scala logaritmica.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Per piccoli valori di g_p la pendenza di $Q(g_p)$ è all'incirca unitaria, e quindi $Q(g_p)$ varia approssimativamente linearmente con g_p .

Per valori più grandi di g_p , la pendenza decresce e $Q(g_p)$ si avvicina ad un valore massimo leggermente maggiore di 1.

Una semplice espressione polinomiale è stata adattata (best fit polinomiale) alla variazione di $Q(g_p)$ mostrata in figura nell'intervallo $g_p < 1$:

$$Q(g_p) = 3.502 g_p - 3.327 g_p^2 + 0.962 g_p^3$$

$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Dato che $Q(g_p)$ fornisce la riduzione nel campo in corrispondenza del tetto prima dell'utente mobile dovuta alla propagazione sulle precedenti file di edifici, il fattore di guadagno di tratta PG_1 da inserire nell'equazione del path gain complessivo è il quadrato di $Q(g_p)$:

$$PG_1 = [Q(g_p)]^2$$

$$g_p = \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda}}$$

Esempio

Come esempio di riduzione di campo dovuta alla diffrazione sopra gli edifici, supponiamo che $h_{BS} - H_B = 22\text{m}$, che corrisponde ad avere la antenna della RBS posta sette piani più in alto degli edifici circostanti, e sia $d = 60\text{m}$.

Allora, per segnali a 900 MHz, $g_p = 0.3$ per una distanza di $R = 1\text{ km}$ dalla RBS, mentre $g_p = 0.03$ per una distanza $R = 10\text{ km}$.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Con questi parametri, la riduzione del campo dovuta alla propagazione attraverso le file di edifici è $Q(0.3)=0.777$ per $R=1$ km, mentre vale $Q(0.03)=0.102$ per $R=10$ km.

Il rapporto dei precedenti valori di $Q(g_p)$ per $g_p=0.3$ e $g_p=0.03$ è pari a 7.6, il che suggerisce una semplice approssimazione per la dipendenza di $Q(g_p)$ da g_p per l'intervallo di valori di g_p di interesse per i sistemi macrocellulari (ossia $g_p < 1$).

Infatti, essendo $10^{0.9}=7.9$, i valori sopraccitati portano alla seguente approssimazione per $Q(g_p)$:

$$Q(g_p) \cong 0.1 \cdot \left(\frac{g_p}{0.03} \right)^{0.9}$$

L'approssimazione precedente è tratteggiata nel grafico in scala logaritmica di Q , e come si vede è molto prossima alla curva vera per $g_p < 0.4$.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

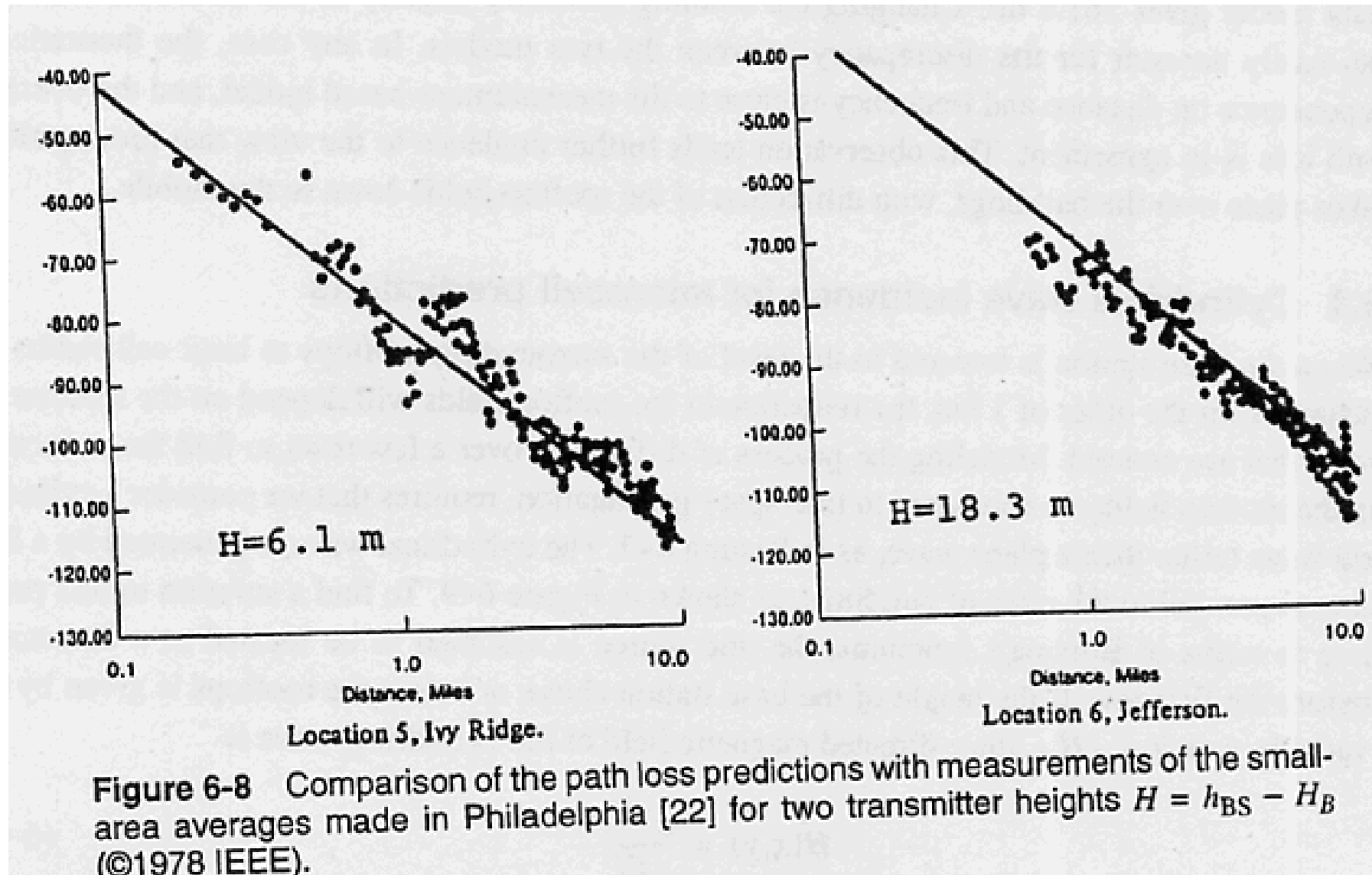
Il path gain complessivo può adesso essere calcolato. Il risultato per antenne isotropiche è:

$$PG_{dB} = 10\log\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 + 10\log\left(\frac{\lambda\rho_1}{2\pi^2(H_B - h_m)^2}\right) + 10\log\left[2.347\left(\frac{h_{BS} - H_B}{R}\sqrt{\frac{d}{\lambda}}\right)^{0.9}\right]^2$$

Le previsioni date dalla precedente espressione sono confrontate nella figura successiva con misure effettuate a Filadelfia ad 820 MHz per due diversi valori di $H = h_{BS} - H_B$.

I valori ottenuti sono in buon accordo con le misure, e ciò conferma la validità della assunzione che la propagazione abbia luogo sopra i tetti delle file di edifici interposti fra RBS e mobile.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta



Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Per confrontare la precedente con il modello di Hata, chiamiamo R_k la distanza in km ed f_M la frequenza in MHz.

Rispetto a queste variabili, il path loss in dB vale:

$$L = 89.5 - 10 \cdot \log \left[\frac{\rho_1 d^{0.9}}{(H_B - h_m)^2} \right] + 21 \cdot \log f_M - 18 \cdot \log(h_{BS} - H_B) + 38 \cdot \log R_k$$

Se h_{BS} è posta a 30 m nel modello di Hata per area urbana:

$$L_{dB} = 69.55 + 26.16 \cdot \log f_M - 13.82 \cdot \log h_{BS} - a(h_m) + [44.9 - 6.55 \cdot \log(h_{BS})] \log R_k$$

il coefficiente di $\log(R_k)$ della formula empirica di Hata è 35.2 invece del valore della formula teorica che è di 38.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Il coefficiente del $\log(f_M)$ nel modello di Hata è 26.2, mentre il valore teorico di tale coefficiente è 21.

La altezza dell'antenna della RBS entra nel modello di Hata come $13.8 \cdot \log(h_{BS})$, mentre nel modello teorico si ha il termine $18 \cdot \log(h_{BS} - H_B)$.

Quindi i termini del modello di Hata relativi al guadagno legato all'altezza della RBS hanno coefficienti moltiplicativi del logaritmo inferiori ed argomenti del logaritmo più grandi ($13.8 < 18$, ma $h_{BS} > h_{BS} - H_B$), e di conseguenza le due espressioni sono all'incirca uguali.

Per esempio, se $h_{BS}=30$ m ed $H_B=10$ m, il modello di Hata prevede un guadagno di altezza della RBS pari a 20.4 dB, mentre il guadagno teorico è 23.4 dB.

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Il termine costante 69.6 dB del modello di Hata tiene conto dell'ambiente in cui avviene la propagazione (e quindi degli edifici, dato che la formula vale per una area urbana) e dovrebbe essere paragonata con i primi due termini della formula teorica.

Se supponiamo che $d=60$ m, $H_B=10$ m ed $h_m=1.5$ m, allora $r_1=31.2$ m e i primi due termini della formula teorica forniscono complessivamente un valore di 77.1 dB, che è circa 7.5 dB più grande del valore previsto dal modello di Hata.

Riassumendo, per la precedente geometria degli edifici e per le altezze delle antenne $h_{BS}=30$ m ed $h_m=1.5$ m, il modello teorico e quello di Hata che forniscono il path loss sono:

$$L_{Teorico} = 53.7 + 21 \cdot \log f_M + 38 \cdot \log R_k$$

$$L_{Hata} = 49.2 + 26.2 \cdot \log f_M + 35.2 \cdot \log R_k$$

Utilizzo del campo stabilizzato per calcolare l'attenuazione di tratta

Si noti che, per $R_k=10$ km ed $f_M=900$ MHz, il path loss teorico è 153.4 dB, mentre il modello di Hata fornisce 161.8 dB.

Una piccola variazione della geometria degli edifici nel modello teorico può facilmente compensare la discrepanza fra i due modelli.

In ogni caso, la dipendenza teorica dalla distanza e dalla frequenza è molto vicina al modello basato sulle misure, e il path loss complessivo è in buon accordo.

Questa osservazione conferisce ulteriore credibilità alla concezione che la propagazione avvenga sopra gli edifici, con i campi sui tetti che vengono diffratti in basso verso l'utente mobile.

Incidenza di onda cilindrica per previsioni su microcelle

Quando la RBS è abbassata al livello dei tetti circostanti per limitare il raggio della cella a distanze dell'ordine di 1 km, la riduzione nei campi sui tetti dipenderà dal numero di file di edifici che saranno attraversate.

Per modellare il processo di diffrazione su poche file per ottenere la riduzione sui campi sui tetti rispetto alla propagazione in spazio libero, è necessario stavolta (in cui l'antenna è posta in corrispondenza dei tetti) considerare come sorgente una onda cilindrica piuttosto che una onda piana, come invece si può fare quando l'antenna è più in alto degli edifici.

L'onda cilindrica è generata da una linea di sorgente parallela alle file di edifici, come mostrato in figura.

Per trovare una soluzione semplice a questo problema, la linea di sorgente è supposta a distanza d dalla prima fila di edifici.

Incidenza di onda cilindrica per previsioni su microcelle

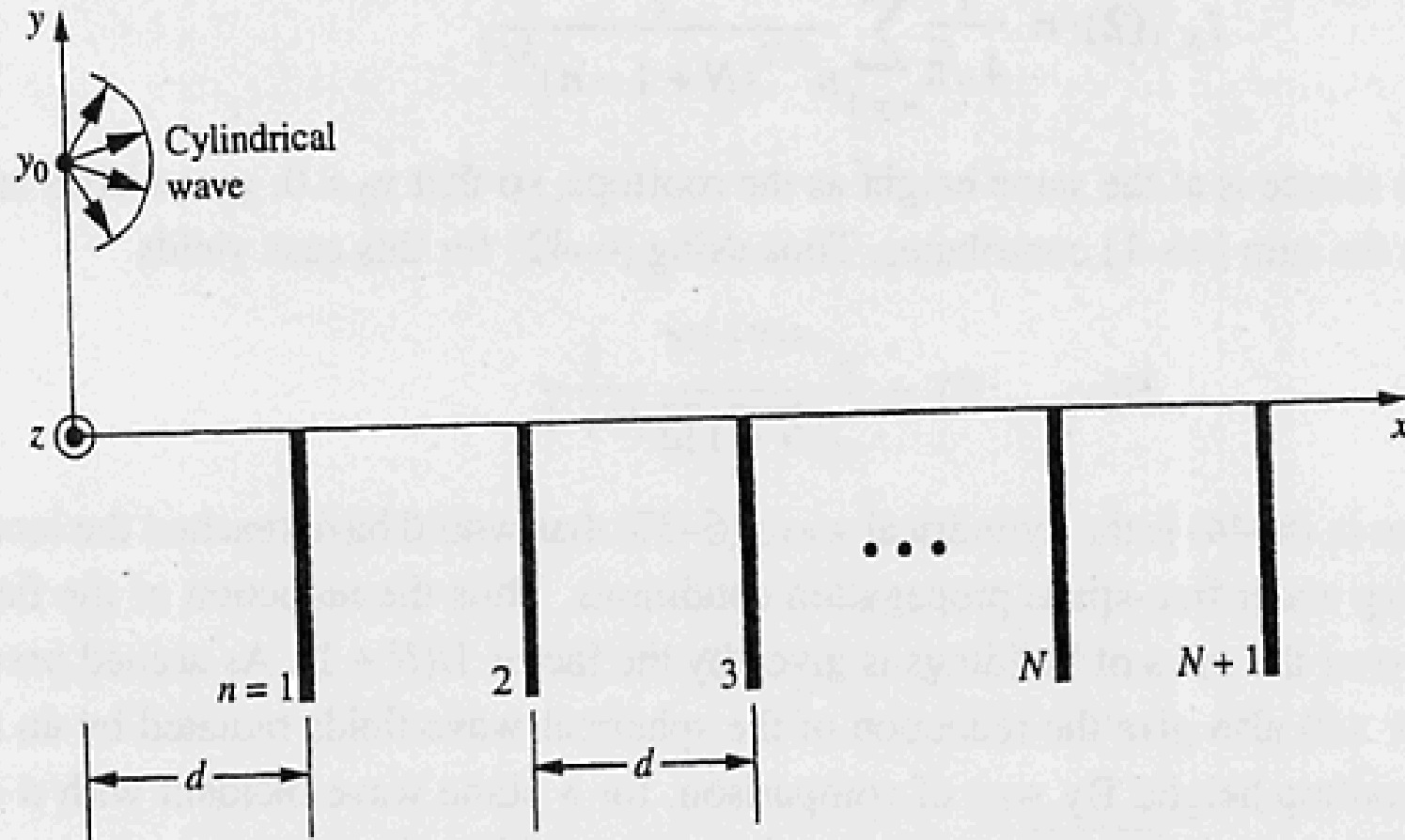


Figure 6-9 A line source above absorbing screens of uniform height and spacing is used to find the reduction of the rooftop fields for base station antenna height near that of the rooftops.

Incidenza di onda cilindrica per previsioni su microcelle

Se l'altezza della RBS sopra o sotto i tetti è data dalla variabile $y_0 = h_{BS} - H_B$, il campo magnetico lungo z dell'onda cilindrica è dato dalla:

$$H(x, y) = \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad \text{con:} \quad \rho = \sqrt{x^2 + (y - y_0)^2}$$

L'espressione precedente andrà usata al posto di quella di onda piana per esprimere il campo incidente $H(d, y_1)$ sulla prima fila di edifici.

Anche in questo caso si possono fare le stesse approssimazioni utilizzate per il caso di onda incidente piana, e quindi r a denominatore è approssimato con d , mentre ad esponente per r si utilizza l'approssimazione di Fresnel.

Incidenza di onda cilindrica per previsioni su microcelle

Se la sorgente lineare è alla stessa altezza dei tetti, allora $y_0=0$ e si ha:

$$H(x_{n+1}, 0) = \frac{e^{-jk(N+1)d}}{\sqrt{(N+1) \cdot d}} \cdot \frac{1}{N+1}$$

Incidenza di onda cilindrica per previsioni su microcelle

La prima frazione è l'onda cilindrica che avrebbe raggiunto la posizione del tetto N+1-esimo se il segnale si fosse propagato in spazio libero.

Quindi la riduzione dei campi dovuta alla propagazione sopra le file di edifici è data dal fattore $1/(N+1)$.

Questo stesso fattore fornirà anche la riduzione dei campi di onda sferica irradiati da una antenna posta ad altezza dei tetti.

A scopo di confronto, per una onda piana incidente con $\alpha=0$, il fattore di riduzione del campo è $1/\sqrt{(\pi N+1)}$, che decresce meno rapidamente con N.

Come abbiamo trovato per il caso $y_0=0$, la riduzione dei campi sui tetti dipenderà dal numero di file di edifici che il raggio attraversa nel suo cammino dal Tx al Rx.